

Тарасов С. В., кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, заступник директора з наукової роботи, завідувач відділу технічної механіки та енергетичних систем Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України
ORCID: 0000-0002-9254-1503

Молотков О. Н., кандидат технічних наук, старший науковий співробітник відділу технічної механіки та енергетичних систем Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України
ORCID: 0000-0002-8498-1269

НЕЛІНІЙНІ АЛГОРИТМИ РОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕННЯ НА КАНАЛИ СТАБІЛІЗАЦІЇ ВІТРОВОЇ ТУРБИНИ

На сьогоднішній день серед працюючих систем відновлювальної енергетики все більше місце займають вітроелектростанції. Для досягнення їх найбільш успішної роботи надзвичайно важливо використовувати максимальну доступну потужність вітру для досягнення роботи вітряної турбіни (ВТ) на максимальній потужності. Алгоритми відстеження точки максимальної потужності та алгоритми стабілізації роботи ВТ в малому околі цієї точки є вкрай важливими у цьому контексті. Для забезпечення малих відхилень швидкості обертання навколо точки максимальної потужності для поточної швидкості вітрового потоку традиційним засобом є використання генератора для керування обертанням ротора ВТ. Застосування з цією метою змін конфігурації ротора турбіни є достатньо новим напрямом будови систем керування. Дослідниками відмічається ряд корисних властивостей ВТ із ротором змінної конфігурації, які роблять їх достатньо перспективними для подальшого використання. Труднощі проектування таких ВТ пов'язані із підвищеною методичною складністю аналізу та синтезу систем керування обертанням ротора – загальні математичні моделі ротора нелінійні, що пов'язано із залежністю тензору інерції ротора від змін узагальнених координат, а їх лінеаризація призводить до нестационарних моделей. Якогось вичерпного опису таких систем, на жаль, не існує. Можливим шляхом для зменшення складності опису є зменшення максимальних змін довжини траверс при забезпеченні завантаженості обох каналів стабілізації – каналів змін довжини лопатей і траверс при їх сумісній роботі. Метою статті є аналіз стійкості динамічних алгоритмів та якісних показників регулювання системи стабілізації обертання ротора Дар'є ВТ змінної конфігурації, а також умов відсутності статичної помилки регулювання. Методами вирішення задачі є методи класичної теорії автоматичного управління і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає у побудованих динамічних алгоритмах стабілізації, умовах їх стійкості та відсутності статичної помилки регулювання, а також в розповсюдженні методики розподілу навантаження на канали стабілізації із алгоритмами, що динамічно змінюються. Проведене математичне моделювання довело суттєве покращення динамічних властивостей системи стабілізації обертання ротору Дар'є змінної конфігурації із використанням алгоритмів, що динамічно змінюються.

Ключові слова: вітроенергетичні установки, ротор Дар'є, стабілізація обертання, стійкість, працездатність, динамічні алгоритми, математичне моделювання

Tarasov S. V., Molotkov O. N. Nonlinear algorithms for load distribution to wind turbine stabilization channels

Today, wind power plants are increasingly taking up a place among operating renewable energy systems. To achieve their most successful operation, it is extremely important to use the maximum available wind power to achieve wind turbine (WT) operation at maximum power. Algorithms for tracking the maximum power point and algorithms for stabilizing the operation of the WT in a small vicinity of this point are extremely important in this context. To ensure small deviations in the rotation speed around the maximum power point for the current wind flow speed, the traditional means is to use a generator to control the rotation of the WT rotor. The use of changes in the turbine rotor configuration for this purpose is a fairly new direction in the design of control systems. Researchers note a number of useful properties of WTs with a variable rotor configuration, which make them quite promising for further use. The difficulties of designing such WTs are associated with the increased methodological complexity of the analysis and synthesis of rotor rotation control systems – general mathematical models of the rotor are nonlinear, which is associated with the dependence of the rotor inertia tensor on changes in generalized coordinates, and their linearization leads to non-stationary models. Unfortunately, there is no comprehensive description of such systems. A possible way to reduce



the complexity of the description is to reduce the maximum changes in the length of the traverses while ensuring the loading of both stabilization channels – the channels for changing the length of the blades and the traverses during their joint operation. The purpose of the article is to analyze the stability of dynamic algorithms and quality indicators of the regulation system for stabilizing the rotation of the Darier VT rotor of variable configuration, as well as the conditions for the absence of a static regulation error. The methods for solving the problem are methods of the classical theory of automatic control and mathematical modeling. The novelty of the obtained results lies in the constructed dynamic stabilization algorithms, the conditions of their stability and the absence of a static regulation error, as well as in the dissemination of the method of load distribution on stabilization channels with algorithms that dynamically. The conducted mathematical modeling proved a significant improvement in the dynamic properties of the variable configuration Darier rotor rotation stabilization system using dynamically changing algorithms.

Key words: wind power plants, Darier rotor, rotation stabilization, stability, performance, dynamic algorithms, mathematical modeling

Постановка проблеми. В останні десятиліття відновлювальні джерела енергії набули значної популярності. Зростання інтересу до вироблення «відновлювальної» енергії призвело до помітного зростання кількості працюючих систем, серед яких все більше місце займають вітрові електростанції. Для досягнення їх найбільш успішної роботи надзвичайно важливо використовувати максимальну доступну потужність вітру для досягнення роботи вітряної турбіни (ВТ) на максимальній потужності. Алгоритми відстеження точки максимальної потужності та алгоритми стабілізації роботи ВТ в малому околі цієї точки є вкрай важливими у цьому контексті [1, 2]. Для забезпечення малих відхилень швидкості обертання навколо точки максимальної потужності для поточної швидкості вітрового потоку традиційним засобом є використання генератора для керування обертанням ротора ВТ [1]. Застосування з цією метою змін конфігурації ротора турбіни є достатньо новим напрямом будови систем керування [3] і робот в цьому напрямку, на жаль, не так багато. Але дослідниками відмічається ряд корисних властивостей ВТ із ротором змінної конфігурації, які роблять їх достатньо перспективними для подальшого використання [3–5], а саме це: покращує продуктивність при малих вітрах; забезпечує адаптацію ВТ до змін швидкості вітрового потоку; дозволяє вітроустановці продовжувати генерацію навіть при граничних швидкостях вітру; підвищує коефіцієнт потужності; дозволяє використовувати вітроустановки в областях з низькими швидкостями вітру; обмежує збиток при екстремальних вітрах, оскільки площа, що омітається, може бути максимально скорочена в цьому випадку. Все це в підсумку суттєво зменшує вартість енергії, що згенерована.

Недоліки таких ВТ пов'язані із підвищеною методичною складністю аналізу та синтезу систем керування обертанням ротора [5] – загальні математичні моделі ротора нелінійні, що пов'язано із залежністю тензору інерції ротора від змін узагальнених координат, а їх лінеаризація призводить до нестационарних моделей [6]. Якогось вичерпного опису таких систем, на жаль, не існує. Можливим шляхом для зменшення складності опису є зменшення максимальних змін довжини траверс при забезпеченні звантаженості обох каналів стабілізації – каналів змін довжини лопатей і траверс при їх сумісній роботі. В результаті вивчення ВТ із ротором змінної конфігурації необхідно виявити закономірності їх функціонування та розробити підходи до їх детального опису і побудови систем стабілізації їх обертання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сучасні вітроенергетичні установки (ВЕУ) – це складні системи, які складаються із значної кількості різноманітних елементів і можуть бути двох типів: вертикально-або горизонтально-осьовими. Вертикально-осьові ВЕУ, на відміну від горизонтально-осьових, мають низку специфічних конструктивних переваг [1]: нечутливість до змін напрямку вітрового потоку; наявність вертикального валу, що дозволяє розміщувати електромеханічне обладнання в основі ВЕУ, це знижує вимоги до міцності і жорсткості опори, не обмежує масо габаритні показники обладнання, забезпечує зручність механічного обслуговування і ремонту; рівномірне геометричне збільшення масштабів вертикально-осьового ротора, який чинить незначний вплив на міцнісні характеристики; можливість кріплення лопатей в декількох точках; відносно просте виготовлення лопатей. Все це суттєво спрощує конструкцію і підвищує надійність ВЕУ.

Керування обертанням ротора ВЕУ здійснюється системами управління (СУ), а робота в малому околі точки максимальної потужності – системами стабілізації (СС) різних типів. СУ та СС будуються на різних технічних принципах, наприклад, шляхом регулювання навантаження генератора [1, 3], а в горизонтально-осьових ВЕУ шляхом зміни площі, що омітається – шляхом виведення ротора з-під вітру [1, 4]. Ефективність способу стабілізації швидкості обертання ротора вітроустановок шляхом виведення ротора з-під вітру показано у роботах [3, 4]. Проаналізовано різні способи реалізації такого підходу [3], побудовано математичну модель горизонтально-осьової ВЕУ як об'єкта управління [4], проведено дослідження впливу параметрів довкілля на динаміку та стійкість системи стабілізації, підтверджено можливість забезпечення заданої величини перерегулювання.

З метою збільшення корисної енергії горизонтально-осьової турбіни у роботі [5], було запропоновано ідею змінної довжини лопаті. Проведені випробування показали, що потік енергії завдяки зміні довжини лопаті збільшується на 30 %. Такі лопаті ефективно застосовувати за низьких швидкостей вітру. В ідеї розсувних лопат використовуються принципи подовження лопатей турбіни при зниженні швидкості вітру

нижче номінального рівня. Таким чином, збільшується площа вітроколеса, що омітається, і, відповідно, підтримується висока вихідна потужність. На жаль розсувні лопаті мають складну структуру: кілька секцій, які виходять назовні, коли швидкість вітру падає нижче за номінальну. Спрощено таку конструкцію можна подати у вигляді двох секцій, які, розсуваючись, збільшують радіус ротора майже вдвічі. Діаметр чи радіус лопатей регулюється відповідно до рівня швидкості вітру [5].

Розповсюдження підходу до керування обертанням ротора вертикально-осьових ВЕУ зміною площі, що омітається, виконано в роботах [6–14]. Загальна математична модель динаміки ротора Дар'є змінної конфігурації отримана в роботі [6]. Її недолік полягає в високому рівні складності моделі – модель ротора високого порядку, нелінійна, окремі ступені свободи пов'язані між собою – все це створює значні труднощі при спробі розробки працездатних алгоритмів формування зворотних зв'язків і забезпечення стійкості.

Спроба уникнути зазначених труднощів виконана в роботі [7], де сформульовано задачу роздільного аналізу каналів стабілізації швидкості обертів ротора із змінами довжини лопатей і змінами довжини траверс, запропоновані та проаналізовані алгоритми стабілізації та умови забезпечення їх стійкості в одному з каналів стабілізації – каналі змін довжини лопатей. Чисельні моделювання динаміки системи стабілізації із змінами довжини лопатей, виконані в роботах [7, 9, 10], проаналізовані залежності показників якості регулювання від параметрів алгоритмів [7, 9], сформульовані рекомендації для обрання конструктивних параметрів ВЕУ та алгоритмів формування зворотних зв'язків [9, 10]. Математична модель динаміки ротора вертикально-осьової ВЕУ із змінною довжиною траверс, як об'єкта управління, розроблена в роботах [8, 11]. В них доведена повна динамічна подібність моделей динаміки ротора, як об'єкта управління, із змінною довжиною траверс і змінною довжиною лопатей за умови малих відхилень довжини траверс від номінального значення і, як слідство, незмінності моменту інерції ротора; умови стійкості алгоритмів стабілізації швидкості обертів ротора, керованого змінами довжини лопатей, розповсюджені на випадок системи стабілізації змінами довжини траверс.

Особливості динаміки та управління швидкістю обертання ротора вертикально-осьових вітроустановок, як об'єкта управління, що стабілізується одночасною зміною довжини лопатей і траверс – зміною конфігурації ротора ВЕУ розглянута в роботі [12]. Основною з розглянутих проблем є забезпечення працездатності каналів стабілізації змінами довжини лопатей і траверс при наявності залежності моменту інерції ротору від змін довжини траверс. Для її розв'язання введена спрощена система стабілізації обертання ротора Дар'є, запропоновані алгоритми та методика розподілу навантаження на канали стабілізації, доведені їх стійкість та можливість керування піковими та кінцевими значеннями довжини лопатей і траверс, що дозволяє зменшити зміни моменту інерції ротора при змінах довжини траверс.

Недоліком запропонованих в роботах [12, 13] алгоритмів є незмінність параметрів розподілу навантаження протягом всього часу функціонування системи. Більш доцільно було б змінювати їх в залежності від часу або параметрів процесів стабілізації, що могло б покращити динамічні властивості системи. Такі динамічні алгоритми запропоновані в роботі [13], де представлені результати чисельного моделювання, зроблено висновок про суттєве покращення динамічних властивостей системи в цілому – зменшення пікових та кінцевих значень відхилень довжини траверс від їх номінальних значень і, як слідство, забезпечення практично незмінного моменту інерції ротора ВТ. В зв'язку із цим продовження робіт [7, 8, 11–13], спрямоване на дослідження стійкості та показників якості динамічних алгоритмів стабілізації обертання ротора вертикально-осьових ВЕУ стає задачею актуальною, такою що має практичний інтерес.

Метою статті є аналіз стійкості динамічних алгоритмів та якісних показників регулювання системи стабілізації обертання ротора Дар'є ВТ змінної конфігурації, а також умов відсутності статичної помилки регулювання. Методами вирішення задачі є методи класичної теорії автоматичного управління і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає у побудованих динамічних алгоритмах стабілізації, умовах їх стійкості та відсутності статичної помилки регулювання, а також в розповсюдженні методики розподілу навантаження на канали стабілізації із алгоритмами, що динамічно змінюються.

Вклад основного матеріалу.

Постановка задачі. Розглядається задача стабілізації швидкості обертів ротора вертикально-осьової ВЕУ із ротором Дар'є навколо оптимального значення швидкості ω_o , що відповідає максимуму потужності для відповідної швидкості вітру V_o [1,3]. Відносно ротора ВЕУ вважається, що він має три лопаті, жорстко пов'язані траверсами з опорно-підшипниковим вузлом, який передає крутильний момент на генератор через трансмісію. Деформації лопатей та траверс не беруться до уваги. Ефективність передачі енергії від ротора до генератора, а також ефективність роботи генератора відображаються відповідними к.к.д., що складають сукупний к.к.д. η трансмісії і генератора. Окрім цього вважається, що відхилення параметрів руху ротора від оптимальних значень незначні і динаміка роботи систем стабілізації обертів ротора, який керується сумісними змінами довжини лопатей і траверс, описується спрощеною системою рівнянь [12]

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega}{dt} &= (k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\omega)/T, \\ \frac{d\Delta H}{dt} &= (k_{2h}K_2\Delta H + ((K_1T - K_2)\Delta\omega + k_1K_2\Delta V)(1-a))/T, \\ \frac{d\Delta R}{dt} &= (k_{2r}K_2\Delta R + ((K_1T - K_2)\Delta\omega + k_1K_2\Delta V)a)/T, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\Delta\omega$ – відхилення швидкості обертів ротора змінної конфігурації, ΔH та ΔR – відхилення довжини лопатей та траверс відповідно, K_1, K_2 – коефіцієнти зворотних зв'язків каналів стабілізації, T, k_1, k_{2h}, k_{2r} – коефіцієнти лінеаризації, обчислені за конструктивними параметрами ротора ВЕУ та умовам його роботи за співвідношеннями, отриманими в роботах [7,8,12], $a \in [0, 1]$ – параметр розподілу навантаження на канали стабілізації. При $a = 0$ – працює тільки канал змін довжини лопатей, при $a = 1$ – працює тільки канал змін довжини траверс; середнє значення a з інтервалу $[0, 1]$ – $a = 1/2$ – розподіляє однакове навантаження на обидва канали. Індексом «о» у параметрів в подальшому розгляді позначені величини, які встановились.

Припускається, що зміни довжини лопатей та траверс в кожному з каналів стабілізації відбуваються синхронно, а момент інерції ротора системи та всі інші параметри моделі в процесі роботи контуру управління вважаються незмінними.

Задача полягає в виборі та аналізі ефективності динамічних алгоритмів формування зворотного зв'язку, що забезпечують стійкість замкнутої системи ротор–регулятор, працездатність кожного каналу стабілізації, відсутність статичної помилки регулювання та задовільні значення показників якості регулювання.

Динамічні алгоритми розподілу навантаження каналів стабілізації.

Алгоритми формування зворотних зв'язків будуть динамічними, якщо параметр розподілу a з константи перетвориться на функцію часу або параметрів процесів стабілізації $\Delta\omega, \Delta H, \Delta R$. Ніяких обмежень на вид функції, окрім приналежності інтервалу $[0, 1]$ немає, тому будемо вважати, що параметр a змінюється за часом згідно із співвідношенням

$$a = \begin{cases} 1/2, & \text{якщо } |\Delta R|/R_o < 0,05 \\ 1/5, & \text{якщо } |\Delta R|/R_o \geq 0,05 \end{cases} \quad (2)$$

Тоді система (1) розпадається на дві підсистеми із значеннями параметру a $1/2$ і $1/5$, що стикаються одна з одною в момент часу, коли $|\Delta R|/R_o$ досягає значення $0,05$. В момент зміни параметру a з $1/2$ на $1/5$ компоненти вектору станів обох підсистем дорівнюють одні одним. Обидві підсистеми, як доведено в роботі [12], є стійкими, тому система (1) із параметром a , що змінюється згідно із співвідношенням (2), також є стійкою.

Графіки залежностей ΔH та ΔR від часу обчислені чисельним інтегруванням системи (1), (2) наведені на рис. 1 і 2.

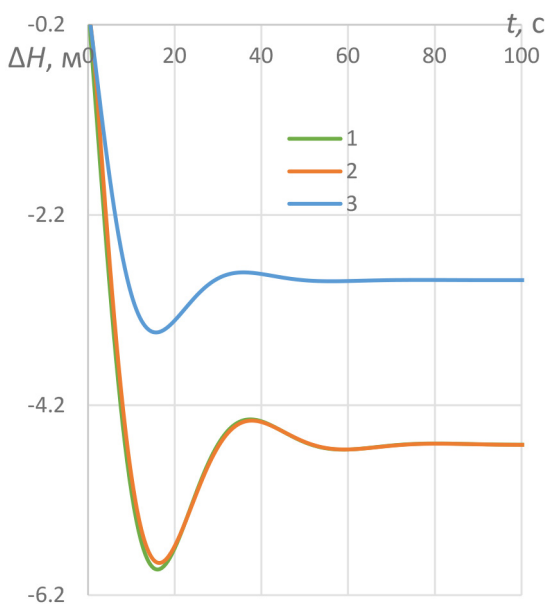


Рис. 1. Залежності ΔH від часу t при змінному за часом параметру a

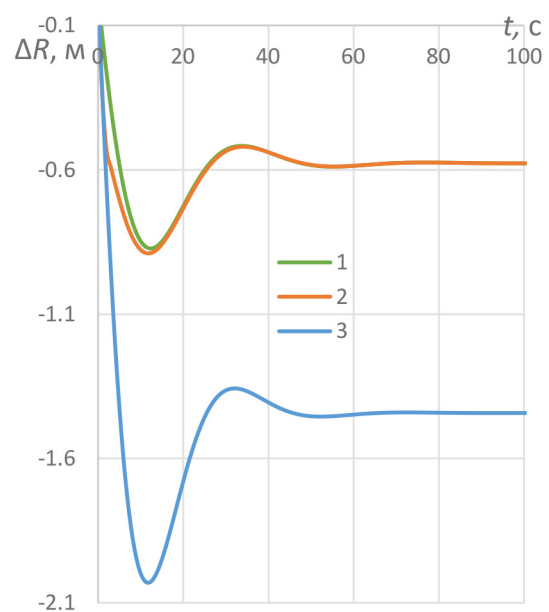


Рис. 2. Залежності ΔR від часу t при змінному за часом параметру a

Цифрою 1 позначено залежності від часу, що відповідають значенню $a = 1/2$, цифрою 2 – значенню $a = 1/5$, цифрою 3 – залежності від часу, що відповідають скачко подібно змінному значенню параметру a . При обчисленні наведених залежностей конструктивні параметри системи (1), (2) обирались близькими до ВЕУ-0420 [7,8,12], довготривалі зміни швидкості потоку вітру моделювались одиночною ступеневою функцією $\Delta V = 1(t)$.

Аналіз залежностей розміщених на рисунках, а також розрахованих залежностей $\Delta\omega$ дозволяє зробити наступні висновки:

- пікові значення залежностей $\Delta\omega$ від часу не набувають значних змін;
- залежності $\Delta\omega$ від часу при скачко подібно змінному параметрі a , практично співпадають із залежністю $\Delta\omega$ для значення $a = 1/5$;
- кінцеві значення всіх залежностей $\Delta\omega$ від часу дорівнюють нулю;
- пікові та кінцеві значення ΔH і ΔR суттєво змінюються, а саме – значення ΔR із зменшенням a зменшуються, що і потрібно, а значення ΔH узгоджено зростають.

Останнє дозволяє зробити висновок, що динамічна зміна параметру a згідно скачко подібною залежності (2) покращує динаміку системи стабілізації – дозволяє суттєво зменшити зміни відхилень ΔR довжини траверс ротору від їх номінальних значень. В якості недоліку запропонованого алгоритму змін параметру розподілу навантаження необхідно відмітити його скачко подібний характер, що призводить до ударної зміни перехідних процесів в системі стабілізації та збільшує вимоги до міцності конструкції ротору та системи в цілому.

З метою усунення відміченого недоліку скачко подібного алгоритму змін параметру розподілу навантаження на канали стабілізації зробимо його неперервним і залежним від змін довжини траверс ΔR , а саме будемо вважати, що параметр a змінюється за часом згідно із співвідношенням

$$a(t) = a_o + \text{sign}(\Delta V(t)) \cdot \Delta R(t) = \begin{cases} a_o + \Delta R(t), & \text{при } \Delta V(t) \geq 0 \\ a_o - \Delta R(t), & \text{при } \Delta V(t) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

де a_o – деяке початкове значення $a(t)$ з інтервалу $[0, 1]$, $a(t)$ – неперервна обмежена за модулем на інтервалі $[t_o, t_k]$ функція, де t_o, t_k – відповідні початкове та кінцеве значення часу $t, t_k = \infty$.

В результаті зміни алгоритму розподілу навантаження згідно із співвідношенням (3) система стабілізації перетворюється на нелінійну, що потребує проведення дослідження її стійкості. Розглянемо випадок додатного $\Delta V(t)$.

Доведемо стійкість системи (1), (3) методом від противного. Система (1) при нульових початкових умовах і обмеженому неперервному входному впливі $\Delta V(t)$ задовольняє умовам існування і єдиності рішення та, як доведено в роботі [12], при $a = a_o$ стійка. Припустимо що система (1), (3) нестійка. Тоді при обмеженому неперервному входному впливі система (1), (3) не може мати обмежених значень на інтервалі $[t_o, t_k]$. Доведемо спочатку наявність в системі (1), (3) кінцевих значень вектору станів системи, які встановлюються, для чого обчислимо їх при обмеженому на інтервалі $[t_o, t_k]$ входному впливі $\Delta V(t)$.

Кінцеві значення системи (1), (3) повинні задовольняти системі рівнянь

$$\begin{aligned} (k_1 \Delta V + k_{2h} \Delta H + k_{2r} \Delta R - \Delta\omega) / T &= 0, \\ (k_{2h} K_2 \Delta H + ((K_1 T - K_2) \Delta\omega + k_1 K_2 \Delta V)(1 - a)) / T &= 0, \\ (k_{2r} K_2 \Delta R + ((K_1 T - K_2) \Delta\omega + k_1 K_2 \Delta V) a) / T &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Система (4) нелінійна та повинна розв'язуватись будь-яким чисельним методом. Але якщо припустити що $\Delta\omega = 0$, друге та третє рівняння системи (4) утворюють лінійну відносно ΔH та ΔR систему

$$\begin{aligned} k_{2h} K_2 \Delta H + k_1 K_2 \Delta V (1 - a_o - \Delta R) &= 0, \\ k_{2r} K_2 \Delta R + k_1 K_2 \Delta V (a_o + \Delta R) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'язуючи систему (5) відносно ΔH та ΔR , отримуємо

$$\Delta H = -\frac{k_1 k_{2r} (1 - a_o) \Delta V + k_1^2 \Delta V^2}{k_{2h} (k_{2r} + k_1 \Delta V)}, \quad \Delta R = -\frac{k_1 a_o \Delta V}{k_{2r} + k_1 \Delta V}. \quad (6)$$

Виразивши $\Delta\omega$ з першого рівняння системи (4)

$$\Delta\omega = k_1 \Delta V + k_{2h} \Delta H + k_{2r} \Delta R$$

та підставивши рекурсивно в нього знайдені ΔH та ΔR

$$\begin{aligned}\Delta\omega &= k_1\Delta V - k_{2h}\frac{k_1k_{2r}(1-a_o)\Delta V + k_1^2\Delta V^2}{k_{2h}(k_{2r} + k_1\Delta V)} - k_{2r}\frac{k_1a_o\Delta V}{k_{2r} + k_1\Delta V} = k_1\Delta V + \frac{-k_1k_{2r}\Delta V + k_1k_{2r}a_o\Delta V - k_1^2\Delta V^2 - k_1k_{2r}a_o\Delta V}{k_{2r} + k_1\Delta V} = \\ &= k_1\Delta V + \frac{-k_1k_{2r}\Delta V - k_1^2\Delta V^2}{k_{2r} + k_1\Delta V} = \frac{k_1k_{2r}\Delta V + k_1^2\Delta V^2 - k_1k_{2r}\Delta V - k_1^2\Delta V^2}{k_{2r} + k_1\Delta V} = 0,\end{aligned}$$

переконуємось, що воно перетворюється на тотожність $\Delta\omega \equiv 0$. Останнє доводить наявність обмежених кінцевих значень для $\Delta\omega$, ΔH та ΔR . Наприклад при $\Delta V = 1$, $\Delta\omega$, ΔH та ΔR дорівнюють

$$\Delta\omega = 0, \quad \Delta H = -\frac{k_1k_{2r}(1-a_o) + k_1^2}{k_{2h}(k_{2r} + k_1)}, \quad \Delta R = -\frac{k_1a_o}{k_{2r} + k_1}. \quad (7)$$

В зв'язку із неперервністю системи (1), (3), нульовому початковому значенні вектору станів, обмеженим при $t = t_k$ кінцевим значенням вектору станів та при обмеженому на інтервалі $[t_o, t_k]$ вхідному впливі $\Delta V(t)$ вектор станів системи (1), (3) також обмежений на всьому інтервалі $[t_o, t_k]$. Таким чином ми прийшли до протиріччя, тобто система (1), (3) нерезонансна або ISS/BIBO стійка за Eduardo D. Sontag [14, 15 с. 233], що і потрібно було довести.

Графіки залежностей ΔH та ΔR від часу обчислені чисельним інтегруванням системи (1), (3) наведені на рис. 3 і 4.

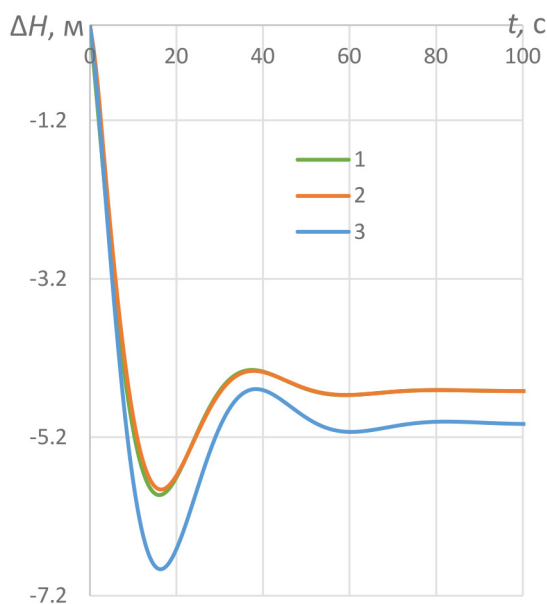


Рис. 3. Залежності ΔH від часу t при змінному за часом параметру a

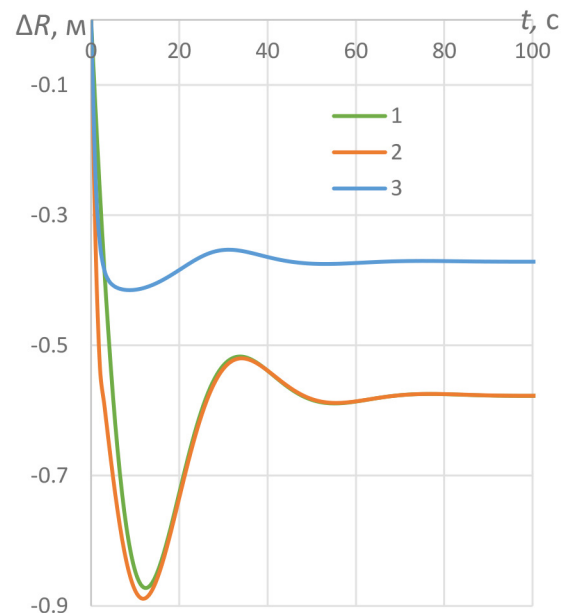


Рис. 4. Залежності ΔR від часу t при змінному за часом параметру a

З метою порівняння на рис. 3 і 4 збережено залежності від часу, що відповідають значенню $a = 1/5$ – цифра 1, та скачко подібно змінному значенню параметру a за співвідношенням (2) – цифра 2. Цифрою 3 позначено залежності від часу, що відповідають неперервно змінному значенню параметру a (3). При обчисленні наведених залежностей a_o обиралось ривним $1/2$.

Аналіз залежностей розміщених на рисунках, а також розрахованих залежностей $\Delta\omega$ дозволяє зробити наступні додаткові до вищенаведених висновки:

- залежності $\Delta\omega$, ΔH і ΔR від часу гладкі та неперервні; кінцеве значення $\Delta\omega$, що встановлюється при неперервно змінному параметрі a (3), дорівнює нулю;
- поведінка пікових та кінцевих значень ΔH і ΔR аналогічна відміченій вище;
- перерегулювання – пікові значення ΔR при застосуванні алгоритму (3) зменшується більше ніж у два рази, довжина перехідних процесів зменшується практично в два рази у порівнянні з алгоритмами з незмінним і скачко подібно змінним параметром a дослідженими в роботах [12, 13];
- кінцеві значення $\Delta\omega$, ΔH і ΔR обчислені за формулами (6), (7) повністю співпадають із результатами математичного моделювання.

Таким чином неперервний за часом алгоритм (3) зміни параметру a усуває недолік скачко подібного алгоритму (2) – ударні зміни перехідних процесів в системі стабілізації, суттєво покращує динаміку системи стабілізації – дозволяє керувати перерегулюванням та кінцевим значенням ΔR , значно зменшити зміни відхилень ΔR довжини траверс ротору від їх номінальних значень.

За умовою працездатності обох каналів стабілізації значення $\max_{t \in [t_0, t_k]} |\Delta R|$ не повинно перевищувати a_o , що може мати місце, наприклад, в зв'язку із збільшенням ΔV , інакше a вийде за межі інтервалу $[0, 1]$ і стане від'ємним. Найбільше за модулем ΔR – це пікове значення. З'ясуємо по-перше як поводить себе кінцеве значення ΔR якщо ΔV прямує до нескінченності, а потім дослідимо поведінку ΔR .

$$\lim_{\Delta V \rightarrow \infty} \Delta R = \lim_{\Delta V \rightarrow \infty} \left[-\frac{k_1 a_o \Delta V}{k_{2r} + k_1 \Delta V} \right] = -a_o,$$

тобто параметр розподілу $a(t)$ прямує до нуля, що свідчить про те, що канал змін довжини траверс при $\Delta V = \infty$ не працює, а працює лише канал змін довжини лопатей. Поведінка $\Delta R(t)$ при зростанні ΔV наведена на рис. 5, який доводить, що із зростанням ΔV пікові і кінцеві значення ΔR зближуються, при $\Delta V = \infty$ співпадають і дорівнюють $-a_o$, тобто значення $|\Delta R|$ ніколи не перевищить a_o .

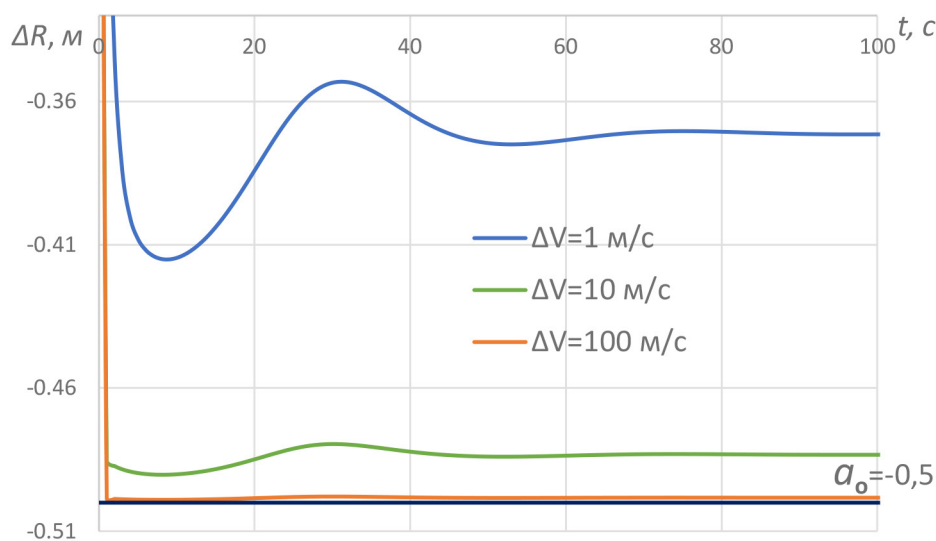


Рис. 5. Зміни $\Delta R(t)$ в залежності від величини ΔV

Таким чином можна зробити загальний висновок про працездатність каналів змін довжини лопатей і траверс при будь-яких значеннях ΔV за виключенням $\pm\infty$.

Аналіз випадку від'ємного $\Delta V(t)$ в алгоритмі (3) виконується аналогічно.

Висновки. Запропоновано нелінійні динамічні алгоритми формування зворотних зв'язків, які забезпечують стійкість замкнутої системи стабілізації обертів ротора вертикально-осьових ВЕУ, керованого сумісними змінами довжини лопатей і траверс. Методика розподілу навантаження розповсюджена на систему стабілізації із алгоритмами, що динамічно змінюються. Проведене моделювання довело можливість забезпечення умов працездатності каналів стабілізації, більшу ефективність і кращі показники якості регулювання. Запропоновані алгоритми та методика можуть бути використані при обґрунтуванні конструктивних рішень при розробці вертикально-осьових ВЕУ із ротором Дар'є.

Список використаних джерел:

1. Основи вітроенергетики: підручник / Г. Півняк, Ф. Шкрабець, Н. Нойбергер, Д. Ципленков: М-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. Дніпро. НГУ, 2015. 335 с. [Інтернет ресурс] https://pidru4niki.com/83008/tehnika/osnovi_vitroenergetiki
2. Pande J., Nasikkar P., Kotecha K., Varadarajan V. A Review of Maximum Power Point Tracking Algorithms for Wind Energy Conversion Systems. J. Mar. Sci. Eng. 2021, 9, 1187. <https://doi.org/10.3390/jmse9111187>
3. Дзензерський В. А., Тарасов С. В., Костюков И. Ю. Вітроустановки малої потужності. К. : Наук. думка, 2011. 592 с.
4. Оборський Г. А., Моргун Б. А., Бундюк А. Н. Побудова математичної моделі вітроелектричної установки як об'єкта управління обертами ротора. Праці Одеського політехнічного університету. 2013. Вип. 2(41). С. 142–147.
5. Sharma R. N., Madawala U. The Concept of a Smart Wind Turbine System: 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, Crown Plaza, Gold Coast, Australia, December 2–7, 2007, pp. 481–486.
6. Тарасов С. В., Редчиць Д. О., Тарасов А. С., Дорош О. В. Модель динаміки ротора Дар'є змінної конфігурації. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії»

та машинобудуванні» (ITMM-2023), 22 березня 2023 р. Зб. наук. праць. Дніпро: Український державний університет науки і технологій. 2023. С. 208–211. <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.057>

7. Тарасов С. В., Молотков О. Н. Алгоритми стабілізації швидкості обертів ротора Дар'є вітрової енергетичної установки, керованої змінами довжини лопатей. *Технічна механіка*. 2023. № 4. С. 50–59. <https://doi.org/10.15407/itm2023.04.050>

8. Тарасов С. В., Молотков О. Н. Стабілізація обертання ротора Дар'є змінного моменту інерції, керованої варіаціями довжини траверс. *Технічна механіка*. 2025. № 1. С. 89–102. <https://doi.org/10.15407/itm2025.01.089>

9. Тарасов С. В., Молотков О. Н., Тарасов А. С., Чернявський Є. Ю. Аналіз показників якості системи стабілізації обертів ротора Дар'є ВЕУ. Матеріали 14-ї Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування» (СЕУТ-ТОО-2023), 16–18 березня 2023 р. Зб. наук. праць. Херсон: Херсонська державна морська академія. 2023. С. 284–286.

10. Тарасов С. В., Молотков О. Н. Моделювання перехідних процесів в системі стабілізації обертів ротора Дар'є вітрової турбіни. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ITMM-2023), 22 березня 2023 р. Зб. наук. праць. Дніпро: Український державний університет науки і технологій. 2023. С. 204–207. <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.056>

11. Тарасов С. В., Молотков О. Н. Модель динаміки ротора Дар'є, керованої змінами довжини траверс. Матеріали 15-ї Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні енергетичні установки на транспорті і технології та обладнання для їх обслуговування» (СЕУТТОО-2024), 13–15 березня 2024 р. Зб. наук. праць. Херсон: Херсонська державна морська академія. 2024. С. 224–226.

12. Тарасов С. В., Молотков О. Н. Стабілізація обертання ротора Дар'є сумісними змінами довжини лопатей і траверс. *Технічна механіка*. 2024. № 2. С. 92–105. <https://doi.org/10.15407/itm2024.02.0.92>

13. Тарасов С. В., Молотков О. Н. Моделювання динамічних алгоритмів розподілу навантаження на канали стабілізації вітрової турбіни. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ITMM-2025), 23–24 квітня 2025 р. Зб. наук. праць. Дніпро: Український державний університет науки і технологій. 2025. С. 417–421. <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2025.01.07415>

14. Eduardo D. Sontag. Smooth stabilization implies coprime factorization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 34(4):435–443, 1989.

15. Henry D'Angelo. *Linear time-varying systems: Analysis and synthesis*. – Allyn&Bacon, – Boston, 1970. – 288p

References:

1. *Osnovy vitroenergetyki: pidruchnyk / H. Pivniak, F. Shkrabets, N. Noiberher, D. Tsyplenkov; M-vo osvity i nauky Ukrainy, Nats. hirn. un-t. Dnipro. NHU. 2015. 335 s. [Internet resurs] https://pidru4niki.com/83008/tehnika/osnovi_vitroenergetiki*

2. Pande, J., Nasikkar, P., Kotecha, K., Varadarajan, V. (2021). A Review of Maximum Power Point Tracking Algorithms for Wind Energy Conversion Systems. *J. Mar. Sci. Eng.* 9, 1187. <https://doi.org/10.3390/jmse9111187>

3. Dzenzerskyi, V. A., Tarasov, S. V., Kostyukov, Y. Yu. (2011). *Vitroustanovky maloi potuzhnosti*. K. : Nauk. dumka, 592 s.

4. Oborskyi, H. A., Morhun, B. A., Bundiuk, A. N. (2013). Pobudova matematychnoi modeli vitroelektrychnoi ustanovky yak obiekta upravlinnia obertamy rotora. *Pratsi Odeskoho politekhnichnoho universytetu*. Vyp. 2(41). S. 142–147.

5. Sharma, R. N., Madawala, U. (2007). The Concept of a Smart Wind Turbine System: 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, Crown Plaza, Gold Coast, Australia, December 2–7, pp. 481–486.

6. Tarasov, S. V., Redchyts, D. O., Tarasov, A. S., Dorosh, O. V. (2023). Model dynamiky rotora Darie zminnoi konfigurasii. *Materialy Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii «Informatsiini tekhnolohii v metalurhii ta mashynobuduvanni» (ITMM-2023)*, 22 bereznia 2023 r. Zb. nauk. prats. Dnipro: Ukrainyskyi derzhavnyi universytet nauky i tekhnolohii. S. 208–211. <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.057>

7. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N. (2023). Alhorytmy stabilizatsii shvydkosti obertiv rotora Darie vitroenergetychnoi ustanovky, kerovanoho zminamy dovzhyny lopatei. *Tekhnichna mekhanika*. № 4. S. 50–59. <https://doi.org/10.15407/itm2023.04.050>

8. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N. (2025). Stabilizatsiia obertannia rotora Darie zminnoho momentu inertsii, kerovanoho variatsiiamy dovzhyny travers. *Tekhnichna mekhanika*. № 1. S. 89–102. <https://doi.org/10.15407/itm2025.01.089>

9. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N., Tarasov, A. S., Cherniavskyi, Ye. Yu. (2023). Analiz pokaznykiv yakosti systemy stabilizatsii obertiv rotora Darie VEУ. *Materialy 14-yi Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Suchasni enerhetychni ustanovky na transporti, tekhnolohii ta obladnannia dlia yikh obsluhovuvannia»*

(SEUTTOO-2023), 16–18 березня 2023 р. Zb. nauk. prats. Kherson : Khersonska derzhavna morskа akademiia. S. 284–286.

10. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N. (2023). Modeliuvannia perekhidnykh protsesiv v systemi stabilizatsii oberativ rotora Darie vitrovoi turbiny. Materialy Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii “Informatsiini tekhnologii v metalurhii ta mashynobuduvanni” (ITMM-2023), 22 березня 2023 р. Zb. nauk. prats. Dnipro : Ukrainnyi derzhavnyi universytet nauky i tekhnologii. S. 204–207. <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.056>

11. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N. (2024). Model dynamiky rotora Darie, kerovanoho zminamy dovezhyny travers. Materialy 15-yi Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii “Suchasni enerhetychni ustanovky na transporti i tekhnologii ta obladnannia dlia yikh obsluhovuvannia” (SEUTTOO-2024), 13–15 березня 2024 р. Zb. nauk. prats. Kherson : Khersonska derzhavna morskа akademiia. S. 224–226.

12. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N. (2024). Stabilizatsiia obertannia rotora Darie sumisnymy zminamy dovezhyny lopatei i travers. *Tekhnichna mekhanika*. № 2, S. 92–105. <https://doi.org/10.15407/itm2024.02.0.92>

13. Tarasov, S. V., Molotkov, O. N. (2025). Modeliuvannia dynamichnykh alhorytmiv rozpodilu navantazhennia na kanaly stabilizatsii vitrovoi turbiny. Materialy Mizhnarodnoi naukovo-tekhnichnoi konferentsii “Informatsiini tekhnologii v metalurhii ta mashynobuduvanni” (ITMM-2025), 23–24 kvitnia 2025 р. Zb. nauk. prats. Dnipro: Ukrainnyi derzhavnyi universytet nauky i tekhnologii. S. 417–421. <https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2025.01.07415>

14. Eduardo, D. (1989). Sontag. Smooth stabilization implies coprime factorization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 34(4):435–443

15. Henry D’Angelo. (1970). *Linear time-varying systems: Analysis and synthesis*. – Allyn&Bacon, – Boston, 288p

Дата першого надходження статті до видання: 19.02.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 10.03.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 30.05.2026