

ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 62-97; 519.876.5

DOI <https://doi.org/10.32782/2521-6643-2026-2-72.1>

Григорчук Г. В., доктор філософії, доцент,
доцент кафедри фізико-математичних наук
Івано-Франківського національного технічного університету нафти
і газу
ORCID: 0000-0003-1674-9828

Григорчук Л. І., кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри інженерії програмного забезпечення
Івано-Франківського національного технічного університету нафти
і газу
ORCID: 0000-0003-0924-5090

ОЦІНЮВАННЯ ВОЛОГОСТІ ЦУКРУ У ПРОЦЕСІ СУШІННЯ НА ОСНОВІ ГІБРИДНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

У роботі розглянуто задачу оцінювання вологості цукру в процесі сушіння, яка є важливим етапом технологічного виробництва та визначає якість готової продукції, умови її зберігання і енергоефективність процесу. Безпосереднє вимірювання вологості в промислових умовах є складним і пов'язане із значними часовими затримками, що обумовлює необхідність використання непрямих методів оцінювання на основі технологічних параметрів.

Запропоновано гібридну математичну модель для оцінювання вологості в режимі реального часу, яка поєднує фізичний опис процесів тепломасообміну з нейромережевим *soft-sensor*, що виконує функцію нелінійної корекції. Лінійна дискретна модель описує основну інерційну динаміку процесу сушіння, а нелінійний блок дозволяє врахувати змінність параметрів, невизначеність моделі та вплив зовнішніх збурень.

Проведено моделювання роботи системи з урахуванням затримок вимірювання, характерних для промислових умов. Досліджено вплив кроку дискретизації на точність оцінювання та стійкість роботи системи. Результати показали, що використання гібридної моделі дозволяє зменшити похибку оцінювання вологості приблизно на 25–30 % порівняно з лінійною моделлю та забезпечує стабільну роботу при зміні режимів.

Запропонований підхід може бути використаний у промислових системах автоматизованого керування для моніторингу, стабілізації та оптимізації процесу сушіння цукру в режимі реального часу.

Ключові слова: сушіння цукру, гібридна модель, *soft-sensor*, оцінювання вологості, математичне моделювання

Grygorchuk G. V., Grygorchuk L. I. Moisture Estimation in Sugar Drying Based on a Hybrid Mathematical Model

The paper addresses the problem of moisture estimation in the sugar drying process, which is a critical stage of sugar production affecting product quality, storage stability, and energy efficiency. Direct continuous measurement of moisture in industrial conditions is difficult due to technological limitations and time delays associated with laboratory analysis. Therefore, the development of reliable indirect estimation methods is an important task for improving process control.

A hybrid mathematical model for real-time moisture estimation is proposed. The model combines a physical description of heat and mass transfer dynamics with a neural network-based *soft sensor* used as a nonlinear correction element. The linear discrete model describes the main inertial behavior of the drying process, while the nonlinear component compensates for model uncertainties, parameter variations, and external disturbances.

The structure of the model and the data processing algorithm are presented. Simulation studies were performed taking into account measurement delays typical for industrial conditions. The influence of the discretization step on estimation accuracy and control performance was also analyzed. The results demonstrate that the hybrid model reduces the moisture estimation error by approximately 25–30 % compared to the linear model and provides stable performance under varying operating conditions.

The proposed approach enables reliable estimation of an unmeasured state variable and can be integrated into industrial control systems. The developed model is suitable for real-time applications and can be used for monitoring, stabilization, and optimization of the sugar drying process.

Key words: sugar drying, hybrid model, *soft sensor*, moisture estimation, mathematical modeling.



© Г. В. Григорчук, Л. І. Григорчук, 2026

Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу CC BY 4.0

Постановка проблеми. Процес сушіння кристалічного цукру є одним із ключових етапів технологічного циклу його виробництва, оскільки саме на цьому етапі формується кінцева вологість продукту, що безпосередньо впливає на його якість, сипкість, здатність до зберігання та транспортування. Недостатнє або надмірне висушування призводить до злежування кристалів, підвищених втрат продукції та зростання енерговитрат, що зумовлює актуальність задачі ефективного керування процесом сушіння.

Разом з тим процес сушіння цукру характеризується складною динамікою, нелінійністю та інерційністю, а його параметри суттєво залежать від властивостей сировини, температури та швидкості сушильного повітря. Це ускладнює реалізацію точного керування, особливо в умовах змінних технологічних режимів та збурень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Суттєвим обмеженням для побудови систем автоматичного керування є відсутність безперервного прямого вимірювання вологості цукру в реальному часі. На практиці контроль вологості здійснюється переважно лабораторними методами, які мають дискретний характер, супроводжуються часовими затримками та не можуть бути безпосередньо використані для оперативного регулювання процесу. Процес сушіння цукру належить до інерційних тепломасообмінних процесів, динаміка яких визначається температурними режимами та властивостями сировини [1–3]. Унаслідок цього виникає необхідність оцінювання невимірюваних параметрів стану об'єкта на основі доступної технологічної інформації.

За таких умов особливої ваги набуває застосування математично обґрунтованих моделей, які дозволяють формалізувати динаміку процесу сушіння, урахувати обмеження вимірювальної системи та забезпечити побудову ефективних алгоритмів керування. Поєднання класичних методів керування з моделями оцінювання стану створює підґрунтя для підвищення точності контролю вологості та стабільності роботи сушильного обладнання. Сучасні дослідження підтверджують ефективність використання методів машинного навчання та глибокого навчання для побудови soft-sensor і моніторингу промислових процесів [14–16].

Метою статті є розробка гібридної математичної моделі для оцінювання вологості цукру в процесі сушіння на основі поєднання фізичного опису тепломасообміну та нейромережевого soft-sensor.

Наукова новизна полягає у створенні гібридного підходу до оцінювання вологості, який поєднує аналітичну модель процесу сушіння з методами машинного навчання та забезпечує підвищення точності визначення параметра в умовах невизначеності та змінних технологічних режимів.

Практична цінність роботи полягає у можливості інтеграції запропонованої моделі в системи автоматизованого керування сушильними установками з використанням даних PLC/SCADA для оперативного моніторингу, стабілізації режиму роботи та зниження енергетичних витрат.

Постановка задачі. Процес сушіння цукру розглядається як динамічний об'єкт керування, стан якого визначається сукупністю технологічних параметрів, зокрема температурою сушильного повітря, швидкістю тепло- та масообміну, а також поточною вологістю продукту. Кінцева вологість цукру є одним із ключових показників якості, однак у реальних виробничих умовах вона не завжди доступна для безперервного прямого вимірювання.

Виклад основного матеріалу. Контроль вологості цукру зазвичай здійснюється лабораторними методами, які мають дискретний характер та супроводжуються суттєвими часовими затримками між моментом відбору проби та отриманням результату вимірювання. Унаслідок цього використання таких даних для оперативного керування процесом сушіння є обмеженим, що ускладнює забезпечення стабільності технологічного режиму та досягнення заданих показників якості. За цих умов задача керування процесом сушіння може бути сформульована як задача оцінювання невимірюваного параметра стану об'єкта – вологості цукру – на основі доступних для вимірювання технологічних змінних. Такий підхід передбачає використання математичної моделі процесу, яка дозволяє пов'язати вимірювані параметри з шуканою величиною та забезпечити її оцінювання в реальному часі.

З огляду на інерційність і нелінійний характер процесу сушіння, доцільним є поєднання лінійної математичної моделі, що описує основну динаміку об'єкта в околі робочих режимів, із додатковим нелінійним коректором, який компенсує модельні похибки та вплив збурень. Такий підхід дозволяє підвищити точність оцінювання вологості без ускладнення базової структури моделі.

Таким чином, задача дослідження зводиться до побудови математичної моделі процесу сушіння цукру, що забезпечує оцінювання вологості за умов обмежених і запізнених вимірювань, а також до інтеграції отриманих оцінок у систему керування для стабілізації технологічного режиму.

2. Математична модель процесу сушіння

Фізичні передумови та змінні моделі. Процес сушіння кристалічного цукру розглядається як керований тепломасообмінний процес, у якому відбувається видалення вологи з поверхні та внутрішніх шарів кристалів під дією потоку нагрітого повітря. Динаміка процесу визначається сукупністю фізичних факторів, серед яких основними є температура сушильного повітря, інтенсивність теплообміну та початкова вологість продукту.

Для математичного опису процесу вводиться вектор змінних стану, що характеризує поточний технологічний режим. Основною невимірюваною змінною стану є вологість цукру, яка визначає якість готового

продукту, проте не може бути безперервно виміряна в реальному часі. Водночас до доступних для вимірювання змінних належать температура сушильного повітря та інші параметри, що опосередковано впливають на зміну вологості.

З урахуванням інерційності процесу сушіння та відносно повільної зміни основних параметрів доцільно використовувати дискретний часовий опис із фіксованим кроком дискретизації. Такий підхід відповідає практичним умовам функціонування систем керування та дозволяє коректно враховувати затримки, пов'язані з отриманням лабораторних вимірювань.

У межах даного дослідження процес сушіння апроксимується лінійною динамічною моделлю в околі номінального режиму роботи. Лінійна модель описує основну тенденцію зміни вологості під дією керуючого впливу та слугує базовою складовою для подальшого синтезу алгоритмів оцінювання і керування. Вплив нелінійностей та неврахованих факторів компенсується додатковими коригувальними елементами, що розглядаються у наступних підрозділах.

Таким чином, формується математичне підґрунтя для опису процесу сушіння, що дозволяє перейти від фізичного уявлення об'єкта до формалізованої моделі, придатної для задач оцінювання стану та синтезу систем керування. Для опису динаміки процесу в околі номінального режиму доцільно використовувати лінійні дискретні моделі, які широко застосовуються в задачах ідентифікації та керування інерційними об'єктами [4–6].

Лінійна дискретна модель процесу сушіння. Для формалізованого опису динаміки процесу сушіння цукру використаємо дискретну лінійну модель, що апроксимує поведінку об'єкта в околі номінального режиму роботи. Такий підхід є доцільним з огляду на інерційний характер процесу та можливість застосування цифрових алгоритмів оцінювання і керування.

Нехай k – дискретний момент часу, що відповідає кроку дискретизації Δt . Уведемо основні змінні моделі:

- $w(k)$ – вологість цукру в момент часу k , яка розглядається як основна змінна стану та не підлягає прямому вимірюванню;

- $u(k)$ – керуючий вплив, що відповідає температурі сушильного повітря;

- $y(k)$ – вимірюваний вихід моделі, пов'язаний з лабораторним визначенням вологості цукру.

Динаміка зміни вологості описується різницевим рівнянням першого порядку:

$$w(k+1) = a \cdot w(k) + b \cdot u(k), \quad (1)$$

де коефіцієнти a та b характеризують інерційні властивості процесу сушіння та інтенсивність впливу температури повітря на швидкість видалення вологи відповідно.

Вимірюваний вихід моделі визначається співвідношенням:

$$y(k) = w(k) + v(k), \quad (2)$$

де $v(k)$ – похибка вимірювання, що враховує неточність лабораторного аналізу та вплив випадкових збурень.

Запропонована лінійна модель дозволяє описати основну тенденцію зміни вологості в часі та є придатною для використання в задачах оцінювання стану та синтезу керування. Разом з тим, через наявність нелінійностей, змінність властивостей сировини та вплив зовнішніх збурень, точність лінійної апроксимації може знижуватися за межами околу номінального режиму. Це зумовлює необхідність подальшого вдосконалення моделі шляхом введення коригувальних елементів, що розглядаються у наступних підрозділах.

Розглянемо модель вимірювання з урахуванням затримки. Наявність часової затримки вимірювального сигналу є типовою проблемою промислових систем керування та істотно ускладнює використання прямого зворотного зв'язку [7–9]. Враховуючи особливості лабораторного контролю, результат вимірювання вологості надходить із часовою затримкою τ :

$$y(k) = w(k - \tau). \quad (3)$$

Таким чином, безпосередньо доступна інформація про стан процесу не відповідає поточному моменту часу, що ускладнює синтез ефективного керування. З огляду на наявність затримки вимірювань, актуальною є задача оперативного оцінювання поточного значення вологості $w(k)$ на основі математичної моделі та доступних технологічних параметрів. Практичний досвід експлуатації сушильних установок свідчить, що лінійна модель забезпечує прийнятну точність лише в обмеженому діапазоні режимів роботи, що зумовлює необхідність її корекції.

Гібридна модель оцінювання вологості. Для компенсації обмеженої доступності технологічних вимірювань у промислових системах широко застосовуються методи оцінювання стану та soft-sensor підходи [10, 11]. У роботі пропонується гібридна модель оцінювання вологості, що поєднує лінійну динамічну модель та нелінійний коректор:

$$\hat{w}(k) = \hat{w}_{lin}(k) + \Delta w_{nl}(k), \quad (4)$$

де: $\hat{w}_{lin}(k)$ – оцінка вологості, отримана з лінійної моделі; $\Delta w_{nl}(k)$ – коригуюча нелінійна складова, що компенсує немодельовані ефекти.

Нелінійна складова моделі враховує вплив змін режимів сушіння, невизначеності параметрів та структурні нелінійності процесу. Отримана оцінка вологості $\hat{w}(k)$ використовується як вхідна змінна системи керування температурою сушильного повітря. Це дозволяє реалізувати замкнений контур керування навіть за умов обмеженої та запізнілої інформації про стан процесу.

Розглянемо синтез PID-керування процесом сушіння. На основі отриманої оцінки вологості $\hat{w}(k)$ реалізується система замкненого керування температурою сушильного повітря. Незважаючи на розвиток складних методів керування, PID-регулятори залишаються базовим інструментом у промислових системах керування завдяки простоті реалізації та надійності [12, 13]. Як базовий регулятор обрано PID-регулятор, що забезпечує простоту реалізації та достатню ефективність у промислових умовах. Класичний PID-регулятор широко застосовується в системах керування з інерційними об'єктами завдяки простоті структури та зрозумілим фізичним інтерпретаціям його складових. Пропорційна складова забезпечує швидку реакцію системи на зміну вологості, інтегральна – усуває сталу похибку, а диференційна – зменшує коливання у перехідних режимах. Разом з тим ефективність PID-керування суттєво залежить від точності оцінювання стану об'єкта та правильного вибору параметрів регулятора.

Формування похибки регулювання. Задається бажане значення вологості готового продукту w^* , яке визначається технологічними вимогами (ДСТУ). Похибка регулювання у дискретному часі визначається як:

$$e(k) = w^* - \hat{w}(k), \quad (5)$$

де $\hat{w}(k)$ – оцінене поточне значення вологості, отримане з гібридної математичної моделі.

Визначимо дискретну форму PID-регулятора. У дискретному часі керуючий вплив на процес сушіння формується відповідно до закону PID-регулювання:

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{i=0}^k e(i) \Delta t + K_d \frac{e(k) - e(k-1)}{\Delta t}, \quad (6)$$

де $u(k)$ – керуючий сигнал, що визначає зміну температури сушильного повітря; K_p, K_i, K_d – коефіцієнти пропорційної, інтегральної та диференційної складових відповідно; Δt – крок дискретизації системи.

Отриманий керуючий сигнал безпосередньо впливає на значення температури сушильного повітря яка є основним регульованим технологічним параметром.

Розглянемо особливості керування з урахуванням затримки вимірювань. Оскільки лабораторні вимірювання вологості надходять із затримкою τ , використання безпосередніх вимірних значень $y(k)$ у контурі керування є неефективним. Застосування оцінки $\hat{w}(k)$ дозволяє: компенсувати запізнення вимірювальної інформації; забезпечити своєчасне формування керуючого впливу; зменшити коливання температури сушильного повітря. Таким чином, PID-регулятор працює на основі оціненого стану процесу, а не запізнілих експериментальних даних, формує керуючий вплив і на основі оціненого значення вологості $\hat{w}(k)$ отриманого з використанням математичної моделі процесу.

Дослідимо стабільність і обмеження керування. Параметри PID-регулятора підбираються таким чином, щоб забезпечити: стійкість замкненої системи; відсутність перевищення допустимих температур сушильного повітря; зменшення перерегулювання вологості у перехідних режимах. Водночас слід зазначити, що класичний PID-регулятор не враховує зміну властивостей об'єкта керування в широкому діапазоні режимів, а також не адаптується до нелінійних ефектів процесу сушіння. Керуючий вплив $u(k)$ обмежується допустимим діапазоном температур сушильного повітря:

$$u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}, \quad (7)$$

що відповідає технологічним обмеженням процесу сушіння.

Підсумок розділу. Таким чином, процес сушіння цукру розглядається як динамічна система з частково недоступним станом, для якої істинне значення вологості $w(k)$ не може бути безпосередньо використане в контурі керування через наявність часової затримки лабораторних вимірювань. Формально це описується співвідношенням (3). У контурі керування використовується оцінене значення вологості $\hat{w}(k)$, яке формується на основі лінійної динамічної моделі процесу та доступних керуючих і вимірюваних величин. Такий підхід дозволяє відокремити задачу оцінювання стану від задачі керування та забезпечити працездатність системи в умовах запізнілого зворотного зв'язку.

Побудована математична модель враховує:

- інерційність процесу сушіння;
- наявність часової затримки вимірювань;
- дискретний характер реалізації системи керування;
- обмежену доступність інформації про істинний стан процесу.

Отримана модель створює формально узгоджену основу для подальшого аналізу властивостей оцінювання вологості, дослідження впливу кроку дискретизації та часової затримки на точність оцінки, а також для

синтезу керування на базі класичних регуляторів із можливістю подальшого розширення моделі в напрямі оптимізаційних підходів.

3. Результати моделювання. Моделювання роботи системи керування процесом сушіння цукру здійснювалося на основі дискретної лінійної моделі з урахуванням затримки лабораторних вимірювань вологості. Керуючий вплив формувався PID-регулятором, який працює з оціненим значенням вологості $\hat{w}(k)$ отриманим із математичної моделі процесу. З метою аналізу впливу кроку дискретизації було розглянуто два значення $\Delta t = 5$ с і $\Delta t = 10$ с. Затримка отримання лабораторних вимірювань вологості приймалась сталою та становила $\tau \approx 2$ хв, що відповідає реальним умовам технологічного контролю.

Порівняння лінійної та гібридної моделей оцінювання вологості. На першому етапі було проведено моделювання процесу сушіння з використанням лише лінійної дискретної моделі. Отримані результати показали, що лінеаризований опис процесу забезпечує прийнятну точність оцінювання вологості лише в околі номінального режиму роботи сушарки. При зміні температурних режимів та інтенсивності сушіння спостерігалось зростання похибки між істинним значенням вологості та її модельною оцінкою. Для підвищення точності оцінювання до лінійної моделі було додано нелінійний коректор, який компенсує похибки, зумовлені нелінійними властивостями процесу та невизначеністю параметрів. Результати моделювання показали, що використання гібридної моделі дозволяє суттєво зменшити відхилення оцінки вологості від істинного значення в широкому діапазоні температур сушіння. Використання гібридної моделі дозволило зменшити похибку оцінювання вологості приблизно на 25–30 % порівняно з лінійною моделлю.

Таким чином, гібридний підхід забезпечує більш стабільне та точне оцінювання стану процесу порівняно з виключно лінійною моделлю, що є критично важливим для подальшого синтезу систем керування.

На рис. 1 наведено часові залежності істинного значення вологості цукру $w(t)$ та її оцінки $\hat{w}(k)$ отриманої на основі лінійної математичної моделі з урахуванням керуючого впливу температури сушильного повітря. Як видно з графіка, оцінене значення вологості адекватно відтворює загальну динаміку процесу сушіння, зберігаючи фазову узгодженість із реальним процесом. Наявні незначні відхилення пояснюються інерційністю об'єкта та затримкою отримання лабораторних вимірювань. Отриманий результат свідчить про можливість використання запропонованої моделі для оцінювання стану процесу в реальному часі в системах керування.

На рис. 2 показано зміну похибки оцінювання вологості коливальний характер якої зумовлений поєднанням кількох факторів: дискретністю моделі, наявністю часової затримки лабораторних вимірювань та нелінійністю реального процесу сушіння. Водночас амплітуда похибки залишається обмеженою і не має тенденції до накопичення, що підтверджує стійкість оцінювальної схеми та її придатність для задач керування.

На рис. 3 наведено зміну температури сушильного повітря, що формується PID-регулятором. Графік демонструє плавний характер керуючого сигналу без різких стрибків або високочастотних коливань. Така поведінка є важливою з практичної точки зору, оскільки різкі зміни температури можуть призводити до погіршення якості готового продукту та перевантаження технологічного обладнання. Отриманий результат свідчить про коректний вибір параметрів регулятора та узгодженість його роботи з динамікою об'єкта керування.

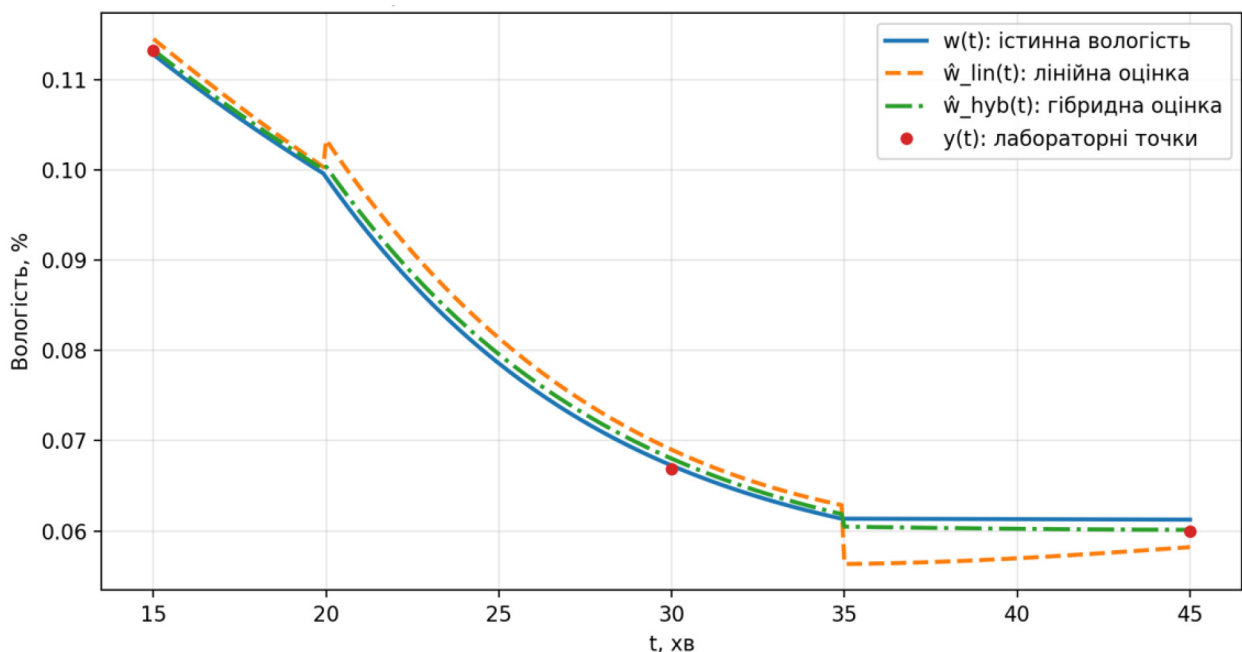


Рис. 1. Вологість у часовому вікні (15–45 хв)

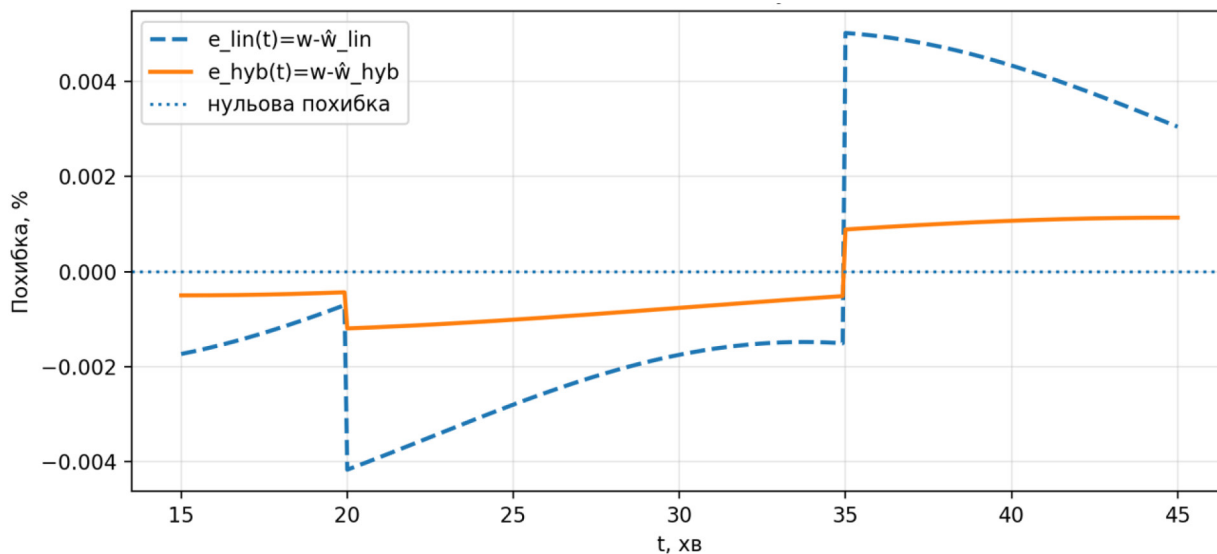


Рис. 2. Похибка оцінювання у часовому вікні

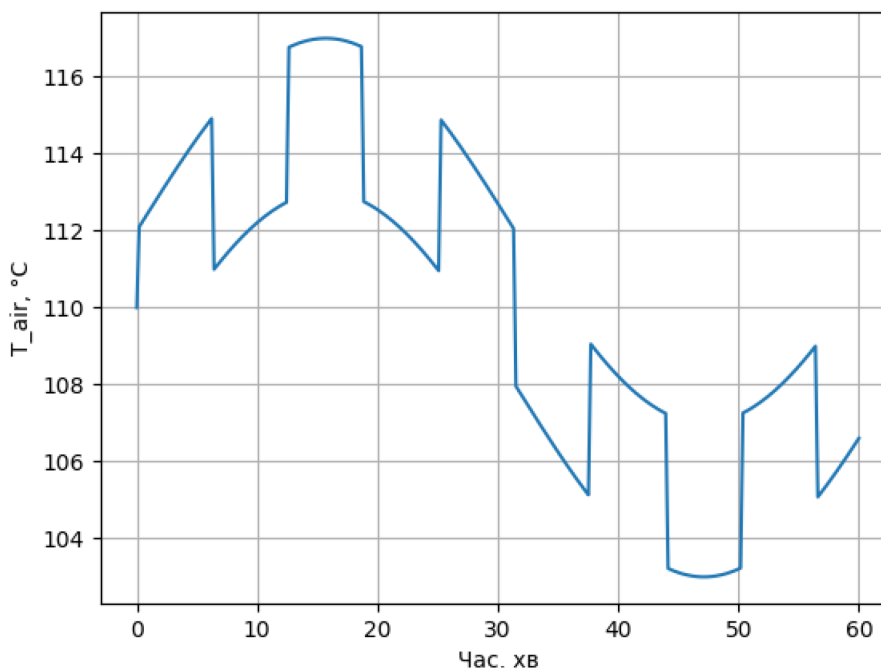


Рис. 3. Керуючий сигнал температури повітря дискретизації

На рис. 4 наведено порівняльний аналіз похибки оцінювання вологості для двох значень кроку дискретизації: $\Delta t = 5$ с та $\Delta t = 10$.

Зменшення кроку дискретизації до $\Delta t = 5$ с дозволяє знизити амплітуду похибки та забезпечити більш плавну реакцію моделі на зміну режимів сушіння. Водночас збільшення частоти дискретизації призводить до зростання обчислювального навантаження. Таким чином, вибір кроку дискретизації є компромісом між точністю оцінювання та ресурсними обмеженнями системи керування.

Використання гібридної моделі дозволило зменшити похибку оцінювання вологості приблизно на 25–30 % порівняно з лінійною моделлю, що підтверджує її вищу точність.

Результати моделювання підтверджують ефективність використання дискретної математичної моделі процесу сушіння цукру в поєднанні з класичним PID-контуром керування. Запропонований підхід забезпечує стабільне зниження вологості до нормативного рівня за наявності затримки вимірювань і дозволяє дослідити вплив параметрів дискретизації на якість керування. Водночас більшість існуючих підходів або не враховують часову затримку вимірювань, або орієнтовані на складні методи оптимізації, що ускладнює їх практичне застосування. У даній роботі розглянуто математично обґрунтований підхід до оцінювання вологості на основі гібридної моделі з урахуванням обмежених вимірювань.

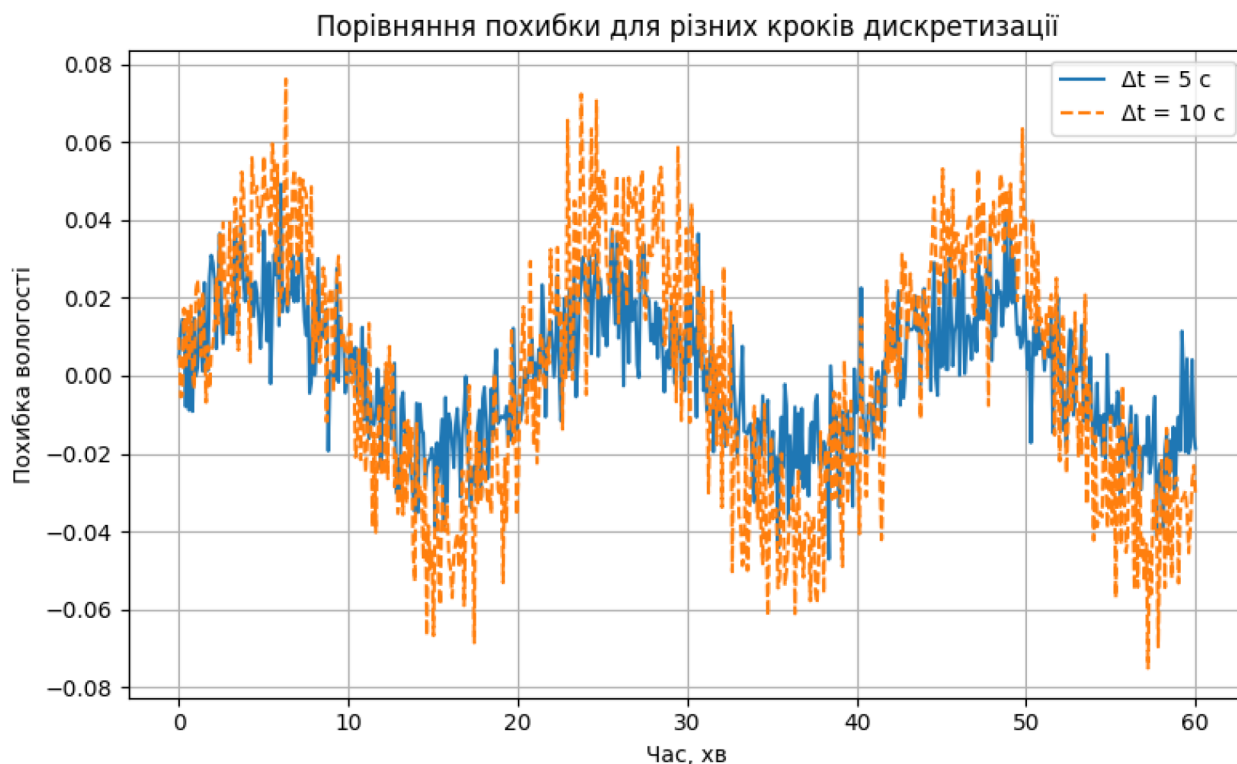


Рис. 4. Порівняння похибки оцінювання вологості для різних кроків дискретизації

Отримані результати створюють основу для подальшого розширення моделі та застосування більш складних методів оптимізації керування.

Висновки. У роботі розглянуто задачу керування процесом сушіння кристалічного цукру в умовах обмеженої доступності інформації про істинну вологість продукту. Показано, що наявність часової затримки лабораторних вимірювань унеможливорює використання прямого зворотного зв'язку та потребує застосування математичних методів оцінювання стану.

Запропоновано дискретну лінійну математичну модель процесу сушіння, яка дозволяє формалізувати динаміку зміни вологості цукру та використовувати її для побудови оцінки невимірюваного параметра стану. Урахування часової затримки вимірювань у моделі забезпечує коректну інтерпретацію лабораторних даних і підвищує узгодженість між прогнозом моделі та реальним процесом.

Результати чисельного моделювання підтвердили можливість використання оціненого значення вологості $\hat{w}(k)$ у контурі керування з класичним PID-регулятором. Отримані часові залежності свідчать про стабільну роботу системи та відсутність накопичення похибки оцінювання, незважаючи на інерційність об'єкта та запізнення вимірювального сигналу.

Проведений аналіз впливу кроку дискретизації показав, що зменшення Δt сприяє зниженню амплітуди похибки оцінювання та більш плавній динаміці системи керування, водночас потребуючи більших обчислювальних ресурсів. Таким чином, вибір параметрів дискретизації має здійснюватися з урахуванням компромісу між точністю оцінювання та практичними обмеженнями реалізації.

Отримані результати підтверджують доцільність застосування математично обґрунтованих моделей для задач керування процесом сушіння цукру та створюють основу для подальшого розвитку методів керування з урахуванням оптимізаційних критеріїв.

Список використаних джерел:

1. Mujumdar A. S. Handbook of Industrial Drying. 4th ed. Boca Raton : CRC Press, 2014. 1312 p.
2. Keey R. B. Drying of Loose and Particulate Materials. New York : Hemisphere Publishing, 1992. 320 p.
3. Strumillo C., Kudra T. Drying: Principles, Applications and Design. New York : Gordon and Breach Science Publishers, 1986. 448 p.
4. Ljung L. System Identification: Theory for the User. 2nd ed. Upper Saddle River : Prentice Hall, 1999. 609 p.
5. Ogata K. Discrete-Time Control Systems. 2nd ed. Upper Saddle River : Prentice Hall, 1995. 745 p.
6. Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeini A. Feedback Control of Dynamic Systems. 7th ed. Boston : Pearson, 2015. 912 p.

-
7. Åström K. J., Murray R. M. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton : Princeton University Press, 2008. 396 p.
 8. Richard J.-P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica*. 2003. Vol. 39, No. 10. P. 1667–1694. DOI: 10.1016/S0005-1098(03)00167-5
 9. Hespanha J. P. *Linear Systems Theory*. Princeton : Princeton University Press, 2009. 240 p.
 10. Qin S. J. Statistical process monitoring: basics and beyond. *Journal of Chemometrics*. 2003. Vol. 17, No. 8–9. P. 480–502. DOI: 10.1002/cem.800
 11. Kadlec P., Gabrys B., Strandt S. Data-driven soft sensors in the process industry. *Computers & Chemical Engineering*. 2009. Vol. 33, No. 4. P. 795–814. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2008.12.012
 12. Åström K. J., Hägglund T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. 2nd ed. Research Triangle Park : ISA, 1995. 343 p.
 13. Ogata K. *Modern Control Engineering*. 5th ed. Upper Saddle River : Prentice Hall, 2010. 905 p.
 14. Ge Z., Song Z., Ding S. X., Huang B. Data mining and analytics in the process industry: The role of machine learning. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 2017. Vol. 13, No. 3. P. 123–135. DOI: 10.1109/TII.2017.2703123
 15. Zhang H., Liu J. Soft sensor modeling for industrial processes based on deep learning: A review. *Journal of Process Control*. 2020. Vol. 89. P. 1–14. DOI: 10.1016/j.jprocont.2020.04.002
 16. Wang J., Chen T., Huang B. Deep learning for industrial process monitoring and control: Methods and applications. *Annual Reviews in Control*. 2021. Vol. 52. P. 292–305. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2021.04.002

References:

1. Mujumdar, A. S. (2014). *Handbook of industrial drying* (4th ed.). CRC Press.
2. Keey, R. B. (1992). *Drying of loose and particulate materials*. Hemisphere Publishing.
3. Strumillo, C., & Kudra, T. (1986). *Drying: Principles, applications and design*. Gordon and Breach Science Publishers.
4. Ljung, L. (1999). *System identification: Theory for the user* (2nd ed.). Prentice Hall.
5. Ogata, K. (1995). *Discrete-time control systems* (2nd ed.). Prentice Hall.
6. Franklin, G. F., Powell, J. D., & Emami-Naeini, A. (2015). *Feedback control of dynamic systems* (7th ed.). Pearson.
7. Åström, K. J., & Murray, R. M. (2008). *Feedback systems: An introduction for scientists and engineers*. Princeton University Press.
8. Richard, J.-P. (2003). Time-delay systems: An overview of some recent advances and open problems. *Automatica*, 39(10), 1667–1694. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(03\)00167-5](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(03)00167-5)
9. Hespanha, J. P. (2009). *Linear systems theory*. Princeton University Press.
10. Qin, S. J. (2003). Statistical process monitoring: Basics and beyond. *Journal of Chemometrics*, 17(8–9), 480–502. <https://doi.org/10.1002/cem.800>
11. Kadlec, P., Gabrys, B., & Strandt, S. (2009). Data-driven soft sensors in the process industry. *Computers & Chemical Engineering*, 33(4), 795–814. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2008.12.012>
12. Åström, K. J., & Hägglund, T. (1995). *PID controllers: Theory, design, and tuning* (2nd ed.). ISA.
13. Ogata, K. (2010). *Modern control engineering* (5th ed.). Prentice Hall.
14. Ge, Z., Song, Z., Ding, S. X., & Huang, B. (2017). Data mining and analytics in the process industry: The role of machine learning. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 13(3), 123–135. <https://doi.org/10.1109/TII.2017.2703123>
15. Zhang, H., & Liu, J. (2020). Soft sensor modeling for industrial processes based on deep learning: A review. *Journal of Process Control*, 89, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2020.04.002>
16. Wang, J., Chen, T., & Huang, B. (2021). Deep learning for industrial process monitoring and control: Methods and applications. *Annual Reviews in Control*, 52, 292–305. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2021.04.002>

Дата першого надходження статті до видання: 03.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 26.03.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 30.05.2026