

Пасічник А. М., доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету
ORCID: 0000-0002-8561-1374

Надригайло Т. Ж., кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету
ORCID: 0000-0003-1239-5946

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ПНЕВМАТИЧНОГО РОТАЦІЙНО-ПОРШНЕВОГО ДВИГУНА

Особливу роль в організації сучасного виробництва відіграє застосування засобів малої механізації, зокрема ручних механізованих інструментів які дозволяють суттєво підвищити продуктивність, знизити потребу в робочій силі і покращити умови праці. В якості привода в таких інструментах найбільшого застосування набули пневматичні двигуни, що пояснюється високим рівнем їх експлуатаційної безпечності та надійності. Разом з тим, найбільш поширені ротаційні пластинчасті двигуни мають певні недоліки: низький коефіцієнт корисної дії, швидке зношування робочих лопаток, що призводить до збільшення неефективного споживання стисненого повітря і скорочення терміну експлуатації. Також виникають проблеми з підвищенням рівнем шуму, великим споживанням повітря та надмірною вібрацією, що перевищує санітарні норми. Для вирішення вказаних проблем запропоновано принципово новий пневматичний ротаційно-поршневий двигун в конструкції якого відсутні лопатки розмежування робочих камер, що забезпечує підвищення ефективності його техніко-економічних характеристик та зменшення шуму і вібрацій. Відповідно розробка методів розрахунку та оптимізації параметрів такого двигуна має важливе значення.

В даній роботі представлена математична модель функціонування пневматичного ротаційно-поршневого двигуна та результати оптимізації його технічних характеристик проведені на основі газодинамічного розрахунку. Розрахунки основних параметрів та їх оптимізація проведені для заданих габаритів, потужності та числа обертів пневматичного двигуна.

Актуальність теми представлено дослідження обумовлена зростаючою потребою в економічно ефективних і екологічно безпечних технічних рішеннях у машинобудуванні та інших сферах промисловості, оскільки зменшення споживання енергії та підвищення ефективності виробничих процесів є пріоритетними завданнями сучасної техніки.

Ключові слова: пневматичний ротаційно-поршневий двигун, оптимізація технічних параметрів, газодинамічний розрахунок.

Pasichnyk A. M., Nadryhailo T. Zh. Mathematical model and optimization of parameters of and pneumatic rotary piston engine

A special role in the organization of modern production is played by the use of small-scale mechanization, in particular manual mechanized tools that allow to significantly increase productivity, reduce the need for labor and improve working conditions. Pneumatic engines have become the most widely used drive in such tools, which is explained by the high level of their operational safety and reliability. At the same time, the most common rotary vane engines have certain disadvantages: low efficiency, rapid wear of working blades, which leads to an increase in inefficient consumption of compressed air and a reduction in service life. There are also problems with increased noise levels, high air consumption and excessive vibration exceeding sanitary standards. To solve these problems, a fundamentally new pneumatic rotary-piston engine has been proposed, the design of which does not have blades separating the working chambers, which ensures an increase in the efficiency of its technical and economic characteristics and a reduction in noise and vibrations. Accordingly, the development of methods for calculating and optimizing the parameters of such an engine is of great importance.

This paper presents a mathematical model of the functioning of a pneumatic rotary-piston engine and the results of optimizing its technical characteristics based on gas-dynamic calculations. According to the results of the optimization of the engine torque, it was established that to ensure smooth rotation of its shaft, it is necessary to use designs with three working chambers offset along the circumference by $2/3\pi$. Calculations of the main parameters and their optimization are carried out for the given dimensions, power and speed of the pneumatic engine.

The relevance of the topic of the presented research is due to the growing need for cost-effective and environmentally friendly technical solutions in mechanical engineering and other areas of industry, since reducing energy consumption and increasing the efficiency of production processes are priority tasks of modern technology.

Key words: pneumatic rotary piston engine, optimization of technical and technological parameters, gas-dynamic calculation.

Постановка проблеми. Широке використання ручного інструменту з пневматичним приводом пояснюється рядом переваг порівняно з іншими аналогами. До основних переваг можна віднести: надійність і простота в експлуатації; портативність; стійкість до перевантажень; можливість роботи в складних умовах (вологість, запиленість); відносна простота конструкції та низька вартість. Але разом із зазначеними перевагами, найбільш поширені ротаційні пластинчасті двигуни мають декілька значних недоліків:

- швидкий знос робочих лопаток, що призводить до підвищеного непродуктивного витрату стисненого повітря та зменшення ресурсу роботи;
- інтенсивний шум вихлопу, викликаний неконтрольованим розширенням стисненого повітря;
- обмежені габарити, де оптимальне співвідношення довжини ротора до діаметра становить від 1,5 до 1,7;
- надмірний рівень вібрації, який перевищує санітарні норми через наявність незбалансованих мас лопаток;
- підвищене споживання стисненого повітря через недостатню герметичність робочої камери та повітроводів.

Тому проблема пошуку нових конструктивних рішень та розробки методів розрахунку і оптимізації їх функціональних параметрів має достатньо актуальне як практичне так і наукове значення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблема удосконалення та систематизації теоретичних методів розрахунку технічних параметрів двигунів механізованих машин присвячено цілий ряд наукових праць. Так в монографії [1] проведено аналіз відповідних математичних моделей та новітніх технологій управління технічними системами. Результати дослідження характеристик ротаційного пластинчастого двигуна з урахуванням термодинамічних процесів у робочій камері наведені в роботі [2]. Розрахунки показали, що через недостатній об'єм робочої камери процес розширення відбувається занадто інтенсивно (час розширення $< 0,1$ с). Це призводить до того, що реальний режим роботи двигуна значно відрізняється від розрахункового, що знижує коефіцієнт корисної дії (ККД). Також досліджено вплив вологості стисненого повітря на роботу двигуна. Виявилося, що вологість повітря незначно підвищує ККД завдяки теплу пароутворення.

В роботі [3] опубліковані результати експериментальних досліджень пневматичного двигуна з підведенням тепла для покращення його інтегральної продуктивності. Проблема використання енергії стисненого повітря в якості технологій енергозбереження та відновлювальної енергетики присвячені публікації [4–5]. Методи оцінки енергоефективності систем перетворення енергії стисненого повітря в механічну роботу розглядаються в роботі [6].

Результати дослідження та оптимізації конструктивних параметрів пневматичного ротаційного двигуна викладені в роботі [7]. Визначено, що товщина лопаток, які формують робочі камери, зменшує величину крутного моменту на валу двигуна, що також негативно впливає на величину ККД.

Результати дослідження експлуатаційних характеристик пневматичного автомобільного двигуна та методи термодинамічного розрахунку перетворення енергії стиснутого повітря в механічну роботу наведені в статті [8]. Математична модель пневматичного двигуна з клапанним повітророзподілом та результати дослідження його робочих процесів представлені в публікації [9].

Математична модель позиційного пневматичного приводу з використанням безштокового пневматичного циліндра та запропонована в роботі [10]. Проведено дослідження динамічних характеристик системи з метою підвищення експлуатаційних характеристик приводу. У роботі [11] наведено результати аналізу функціональних параметрів пневматичного ротаційного пластинчастого двигуна в залежності від якості використовуваного повітря. У ній визначено оптимальні кути, що задають положення впускних каналів, діаметр каналів, кількість впускних отворів та число лопаток, виходячи з умов досягнення максимальної потужності.

Загалом, більшість досліджень спрямовані на вдосконалення технології перетворення енергії стисненого повітря в механічну роботу із використанням пневматичних двигунів. При цьому встановлено, що конструкція найбільш поширених ротаційних пластинчастих двигунів має такі недоліки:

- Лопатки постійно створюють гальмівний момент, що зменшує ресурс роботи та збільшує шум.
- Недостатній об'єм робочої камери призводить до відхилення реального робочого режиму від розрахункового, що зрештою знижує ККД.

Метою даного дослідження є розробка математичної моделі та виконання розрахунку характеристик принципово нової конструкції пневматичного ротаційно-поршневого двигуна (РПД). Проведення

оптимізації функціональних параметрів двигуна для підвищення його продуктивності та експлуатаційної ефективності, зменшення витрат енергії, покращення умов праці операторів.

Виклад основного матеріалу. Принцип роботи пневматичного ротаційно-поршневого двигуна заснований на перетворенні циклічного переміщення поршня в обертальний рух валу двигуна. Переміщення поршня здійснюється в результаті розширення стисненого повітря, що подається в робочу камеру. Принципова схема роботи такого двигуна представлена на (рис. 1).

Під дією стисненого повітря ротор (1) здійснює обертальний рух навколо осі статора (О), що призводить до зміни об'єму робочої камери. Обертання відбувається завдяки різниці тисків повітря в робочій камері (5) і камері вихлопу (6). Стиснене повітря подається в робочу камеру через підвідні канали (7), а відпрацьоване повітря виходить в атмосферу через відвідні канали (8). Ротор постійно контактує з поверхнею статора (2) через аеростатичний підшипник (3), що забезпечує мінімальні механічні втрати завдяки усуненню тертя. Застосування аеростатичних опор вирішує проблему герметизації конструкції, а також знижує знос системи.

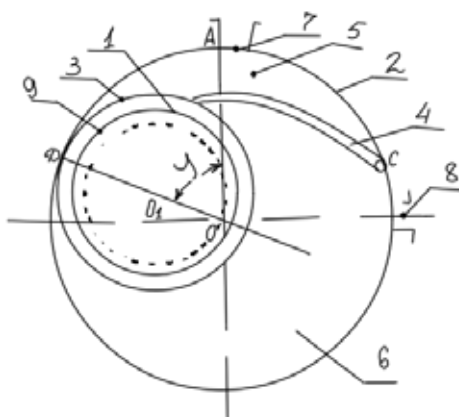


Рис. 1. Принципова схема роботи пневматичного ротаційно-поршневого двигуна

Вісь ротора і статора зміщені ексцентрично, що призводить до зворотно-поступального руху клапана (4) навколо точки підвісу. Клапан переміщується на величину подвійного ексцентриситету. При обертанні ротора і переміщенні клапана об'єм робочої камери двигуна постійно змінюється, що забезпечує неперервний робочий процес. Таким чином, робота пневматичного ротаційно-поршневого двигуна основана на перетворенні енергії стисненого повітря в енергію обертання його робочого валу.

Для побудови аналітичних співвідношень розрахунку об'єму робочої камери двигуна використовується декартова прямокутна система координат, як показано на рис. 2, де відповідно: $R = OD$ – радіус статора (радіус обертання), $r = O_1D$ – радіус ротора, а $e = R - r$ – ексцентриситет зміщення осі поршня відносно осі обертання валу двигуна. Об'єм робочої камери визначається формулою:

$$V = S \cdot l_k, \quad (1)$$

де S – поперечна площа робочої камери ПРД, а l_k – відповідно її довжина.

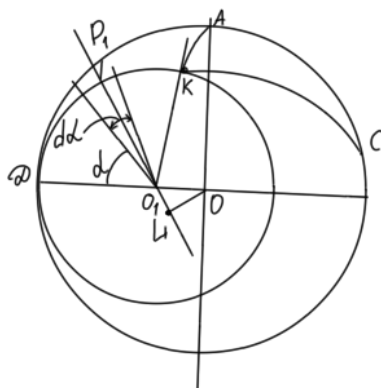


Рис. 2. Схема розрахунку поперечної площі камери РПД

У відповідності з рис. 2 можемо записати, що площа робочої камери визначається такими складовими:

$$S = S_1 - S_2 - S_3 + S_4 - S_5 \quad (2)$$

де S_1 – площа сектора АОД; S_2 – площа сектора ДО₁К; S_3 – площа трикутника АКО; S_4 – площа криво-лінійного трикутника АКС, яка наближено апроксимується площею прямолінійного трикутника АКС; S_5 – площа трикутника О₁КО.

Підставляючи співвідношення для визначення вказаних площ у формулу (2) після перетворень отримаємо:

$$S = \frac{R^2}{2} \varphi - \frac{r^2}{2} \left(\varphi + \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right) - \frac{R y_k}{2} + \frac{a_k^2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{b^2 + 1}} \quad (3)$$

Зазначимо, що значення кутів у формулах (3) визначаються в радіанах.

Підставляючи (3) в (1), отримаємо вираз для визначення об'єму робочої камери:

$$V = \left[\frac{1}{2} R^2 \varphi - \frac{1}{2} r^2 \left(\varphi + \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right) - \frac{1}{2} R y_k + \frac{1}{2} a_k^2 \frac{1}{\sqrt{b^2 + 1}} \right] \cdot l_k \quad (4)$$

Для оцінки ефективності використання об'єму введемо відповідний коефіцієнт, що визначається відношенням робочої камери до габаритного об'єму двигуна:

$$K_V = V_{раб} / V_{габ}; \quad V_{габ} = \pi R^2 \cdot l_k \quad (5)$$

Цей коефіцієнт характеризує корисність використання об'єму і є критерієм ефективності ПРД. Підставляючи співвідношення (4) в формулу (5) отримаємо:

$$K_V = \frac{1}{2\pi} \varphi - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left(\varphi + \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right) - \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{y_k}{R} + \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{a_k^2}{R^2} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{b^2 + 1}} \quad (6)$$

Зауважимо, що в реальних конструкціях двигуна його параметри можуть приймати такі значення:

$$\begin{cases} 0 < e \leq 0,4R \\ 0 < r \leq 0,6R \\ 2e \leq a_k \leq \sqrt{2}R \end{cases} \quad (7)$$

які фактично визначають область існування розв'язку розглянутої задачі.

За один робочий цикл обертання ротора в робочій камері ПРД відбуваються такі процеси:

1. Процес нагнітання стисненого повітря з початковим тиском P_0 , що відбувається при збільшенні об'єму камери від кута $\varphi = \varphi_0$ обертання ротора до $\varphi = \varphi_1$. Система координат обрана так, що $\varphi_0 = 0$. Наближено можна вважати, що цей процес відбувається за постійного тиску в робочій камері:

$$P_1 = P_0 = \text{const} \quad (8)$$

Реальний тиск P_1 дещо нижчий P_0 через втрати під час руху повітря. Наведена рівність справедлива при малому числі обертів ротора двигуна.

2. Процес розширення стисненого повітря до тиску P_2 , що відбувається після припинення подачі повітря ($\varphi = \varphi_1$) розподільчим пристроєм до відповідного тиску P_2 при куті повороту $\varphi = \varphi_2$. За тиску P_a , що відповідає тиску навколишнього середовища, різниця тисків $\Delta P_2 = P_2 - P_a$ є втратами повного напору на вихлопі.

Під час робочого процесу, що відбувається в робочій камері, повітря виконує певну роботу, яка рівна сумі роботи A_1 заповнення робочої камери постійним тиском $P_1 = P_0$ до $\varphi = \varphi_1$ та роботи A_2 власного розширення повітря.

Враховуючи, що цей процес є політропним $P = P_0 (V_1 / V)^n$ модель визначення величини робіт A_1 і A_2 може бути представлена так:

$$A_1 = \int_0^{V_1} (P_0 - P_2) dV = P_0 V_1 \left(1 - \frac{P_2}{P_0} \right), \quad (9)$$

$$A_2 = \int_{V_1}^{V_2} (P - P_2) dV. \quad (10)$$

В результаті інтегрування та проведення перетворень отримуємо:

$$A_{пол} = A_1 + A_2 = A_1' + A_2' + A_3' = P_0 V_1 \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (11)$$

Аналогічно визначається теоретична робота при повному адіабатичному розширенні:

$$A_{ад} = P_0 V_1 \frac{k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_a}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (12)$$

Показник адіабаты для повітря: $k=1,4$.

Відповідний теоретичний адіабатичний ККД визначається так:

$$\eta_{ад_1}^m = \frac{A_{пол}}{A_{ад}}. \quad (13)$$

Зазначимо, що повний адіабатичний ККД визначається співвідношенням:

$$\eta_{ад} = \eta_{ад}^m \cdot \eta_y \cdot \eta_{мех}, \quad (14)$$

де η_y – коефіцієнт витоків, $\eta_{мех}$ – механічний ККД, встановлюються експериментально.

Поділивши обидві частини співвідношення (11) на t , де t – час одного оберту, маємо теоретичну розрахункову потужність на робочому валу двигуна:

$$N_m = G P_0 \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (15)$$

Теоретична об'ємна витрата повітря визначається так:

$$G = V_1 \omega \eta, \quad (16)$$

де V_1 – об'єм заповнення в м^3 ; ω – коефіцієнт стиснення повітря; η – число обертів ротора двигуна за секунду.

Тоді $[G] = \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$, $[P] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$, $[N] = \text{Вт}$.

При цьому теоретичний індикаторний крутний момент на валу двигуна:

$$M_i^c = V_1 \cdot \omega \cdot P_0 \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (17)$$

Зазначимо, що розмірність крутного моменту в системі СІ: $[M] = \text{дж}$.

Ефективний крутний момент на валу двигуна дорівнює сумі крутних моментів M_1 від тиску P_1 в робочій камері та M_2 – від тиску вихлопу P_2 .

$$M = M_1 + M_2. \quad (18)$$

В свою чергу M_1 і M_2 мають складові: M_1' і M_2' – крутний і гальмівний моменти, створювані тисками P_1 і P_2 безпосередньо на поршні та M_1'' і M_2'' – крутний і гальмівний моменти, створювані тисками P_1 і P_2 через клапан.

$$M_1 = M_1' + M_1'', \quad (19)$$

$$M_2 = M_2' + M_2''. \quad (20)$$

Момент M_1' обчислюється інтегруванням елементарного моменту dM_1' по довжині дуги DK, рис. 3:

$$M_1' = \int dM_1'. \quad (21)$$

Елементарна сила, що діє на елемент dS дуги DK по довжині камери:

$$dF = P_1 \cdot l_k dS'. \quad (22)$$

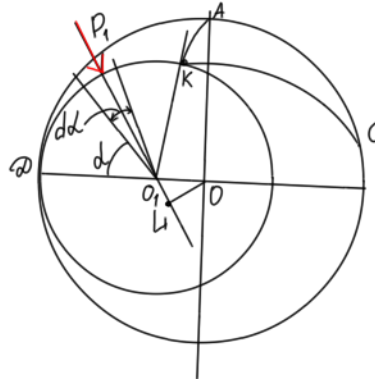


Рис. 3. Схема розподілу сил тиску на клапан і ротор двигуна

Враховуючи, що плече прикладення елементарної сили, що діє на елемент dS дуги DK по довжині камери $l = OL = e \sin \alpha$, в результаті інтегрування отримаємо:

$$M_1' = 2P_1 \cdot l_k \cdot r \cdot e \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right), \quad (23)$$

$$M_2' = -2P_2 \cdot l_k \cdot r \cdot e \sin^2 \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right). \quad (24)$$

В результаті обчислень аналогічних наведеним вище для обчислення складових крутного моменту від сили тиску P_1 створюваних через клапан отримуємо такі співвідношення:

$$M_1'' = \frac{P_1}{2} \cdot a_k \cdot l_k \cdot e \sqrt{1 - d^2} \cdot \sin \left(\varphi + \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right), \quad (25)$$

$$M_2'' = -\frac{P_2}{2} \cdot a_k \cdot l_k \cdot e \sqrt{1 - d^2} \cdot \sin \left(\varphi + \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right). \quad (26)$$

Таким чином, з урахуванням отриманих виразів крутний момент на валу двигуна визначається так:

$$M_1 = P_1 \cdot l_k \cdot e \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right) \times \\ \times \left[2r \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right) + a_k \sqrt{1 - d^2} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{e \sin \varphi - y_k}{r} \right) \right]. \quad (27)$$

Для спрощення задачі оптимізації розглянемо пневматичний ротаційно-поршневий двигун з одиничними параметрами. Позначимо параметри цього двигуна з рисками:

$$\bar{R} = 1, (\bar{r}, \bar{a}_k, \bar{e}, \bar{l}_k) = 1. \quad (28)$$

Запишемо характеристики цього двигуна. У відповідності з формулою (4) зміна об'єму робочої камери такого двигуна визначається так:

$$V = \frac{1}{2} \left[\varphi - (\bar{r})^2 \left(\varphi + \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) - \bar{y}_k + \bar{a}_k \frac{1}{\sqrt{\bar{b}^2 + 1}} \right]. \quad (29)$$

Крутний момент із формули (27):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{при } 0 \leq \varphi \leq \varphi_1 : \\ M_1^{ed} = \bar{e} \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) \cdot \\ \left[2 \bar{r} \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) + \bar{a}_k \sqrt{1 - d^2} \cos \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) \right] \\ \text{при } \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_3 : \\ M_1^{ed} = \left(\frac{V_1^{ed}}{V^{ed}} \right)^n \bar{e} \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) \cdot \\ \left[2 \bar{r} \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) + \bar{a}_k \sqrt{1 - d^2} \cos \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\bar{e} \sin \varphi - \bar{y}_k}{\bar{r}} \right) \right] \end{array} \right. \quad (30)$$

Крутний момент, створюваний на валу двигуна однією робочою камерою, має гармонійну форму наведену на рис. 4. Як видно із рис. 4 крутний момент у пневматичному однокамерному двигуні змінюється від нуля до максимального значення за один робочий цикл, що призводить до нерівномірності обертання робочого валу такого двигуна.

Тому для забезпечення плавності робочого ходу пропонується використовувати три робочих камери зміщених по колу одна відносно іншої на $2/3\pi$. Крутний момент на робочому валу двигуна буде визначатись сумарним значенням крутних моментів від кожної робочої камери. Оскільки камери зміщені одна відносно одної по колу на $2/3\pi$, то крутні моменти від кожної робочої камери підсумовуються з періодом $2/3\pi$, рис. 5.

$$M_{\Sigma}^{od} = M_{\frac{1}{\varphi}}^{od} + M_{\frac{1}{\varphi} + \frac{2}{3}\pi}^{od} + M_{\frac{1}{\varphi} + \frac{4}{3}\pi}^{od} \quad (31)$$

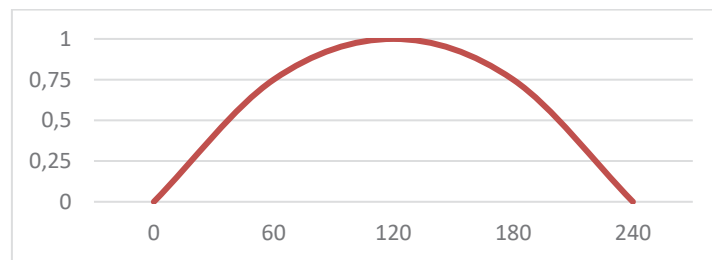


Рис. 4. Залежність крутного моменту за один робочий цикл для однокамерного двигуна

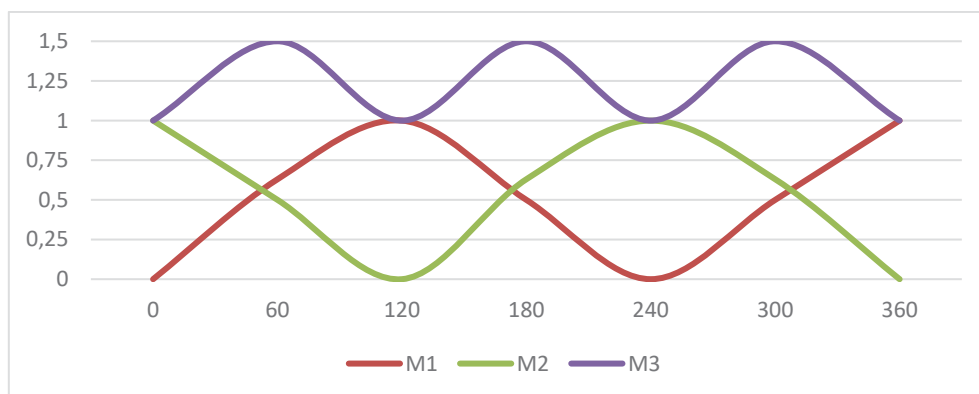


Рис. 5. Залежність крутного моменту за один робочий цикл для трикамерного двигуна

Для характеристики ефективності технічних параметрів пневмодвигуна використовується коефіцієнт нерівномірності моменту:

$$\delta = \frac{M_{\Sigma max}^{od} - M_{\Sigma min}^{od}}{M_{\Sigma ep}^{od}} \quad (32)$$

Величина коефіцієнта нерівномірності моменту характеризує крутизну моменту. Наявність нерівномірності обертання робочого валу пов'язана із збільшенням сумарного крутного моменту, отриманого з кожної робочої камери.

Задача оптимізації характеристик пневмодвигуна полягає у виборі таких конструктивних параметрів які забезпечать:

1. Максимальне значення величини крутного моменту для однієї робочої камери.
2. Середнє значення величини сумарного крутного моменту на валу повинно мати максимальне значення.
3. Величина коефіцієнта нерівномірності моменту має бути мінімальною.

Наведені умови оптимальності зводиться до умови екстремуму функції двох змінних які визначаються так:

$$\begin{cases} \frac{\sigma V_1}{\sigma \bar{a}_k} = 0 \\ \frac{\sigma V_1}{\sigma \bar{e}} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

Оптимальні значення конструктивних параметрів визначається із співвідношення (29). Для спрощення викладок величиною $\bar{y}_k$ можна знехтувати, оскільки її порядок значно менший від інших величин, що входять у вираз (29). Диференціюючи (29) по $\bar{a}_k$ та $\bar{e}$ отримаємо такі значення частинних похідних:

$$\begin{cases} \frac{\sigma V_1}{\sigma \bar{a}_k} = \frac{\bar{a}_k}{\sqrt{\bar{b}^2 + 1}} - \frac{\bar{a}_k^2}{2} \cdot \frac{\bar{b}}{(\bar{b}^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \bar{b} \frac{1}{\bar{a}_k} \\ \frac{\sigma V_1}{\sigma \bar{e}} = (1 - \bar{e}) \left[\frac{2}{3} \pi + \arcsin \left(\sin \frac{2}{3} \pi \frac{\bar{e}}{1 - \bar{e}} \right) \right] - \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \sin \frac{2}{3} \pi \frac{\bar{e}}{1 - \bar{e}}}} + \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{a}_k^2 \bar{b}}{(\bar{b}^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \bar{b} \frac{1}{\bar{e}} \end{cases} \quad (34)$$

Із системи рівнянь (34) з урахуванням умов (33) отримаємо систему рівнянь з двома невідомими $\bar{a}_k$ і $\bar{e}$. Розв'язком цієї системи є значенням оптимальних конструктивних параметрів:

$$\begin{cases} \frac{\bar{a}_k}{\sqrt{\bar{b}^2 + 1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{a}_k^2 \bar{b}}{2(\bar{b}^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \bar{b} \frac{1}{\bar{a}_k} = 0, \\ (1 - \bar{e}) \left[\frac{2}{3} \pi + \arcsin \left(\sin \frac{2}{3} \pi \frac{\bar{e}}{1 - \bar{e}} \right) \right] - \frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \sin \frac{2}{3} \pi \frac{\bar{e}}{1 - \bar{e}}}} + \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{a}_k^2 \bar{b}}{(\bar{b}^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} \cdot \bar{b} \frac{1}{\bar{e}} = 0. \end{cases} \quad (35)$$

Розв'язок системи (35) здійснюється чисельно методом послідовних наближень і визначає оптимальні значення конструктивних параметрів.

Висновки. В даній роботі було проведено аналіз проблем підвищення ефективності ротаційно-поршневих пневматичних двигунів, що є важливим завданням для забезпечення продуктивності та економічності сучасних механізованих інструментів. Показано, що традиційні ротаційні пластинчасті двигуни мають ряд недоліків, таких як низький коефіцієнт корисної дії, швидке зношування робочих лопаток, підвищений рівень шуму та вібрації. Показано, що для підвищення експлуатаційної ефективності ручних машин пошук нових технологічних рішень із удосконалення їх енергетичних приводів має важливе практичне значення.

У ході дослідження було розроблено методику розрахунку нової конструкції пневматичного ротаційно-поршневого двигуна, яка не має лопаток розмежування робочих камер. Проведено математичне моделювання, газодинамічні розрахунки та аналіз його основних характеристик. Запропоновано методику оптимізації конструктивних параметрів двигуна, що забезпечило підвищення ефективності його експлуатаційних параметрів. Оптимізація конструктивних параметрів нового двигуна дозволила: знизити енергоспоживання; підвищити продуктивність механізованих інструментів; зменшити вплив шкідливих факторів на навколишнє середовище; забезпечити економічну доцільність та екологічну безпечність виробничих процесів.

Отримані результати підтверджують актуальність дослідження та перспективність подальшої розробки технічної документації та впровадження запропонованої конструкції пневматичного двигуна у виробництво механізованих інструментів.

Список використаних джерел:

1. Математичні моделі та новітні технології управління економічними та технічними системами: монографія / за заг. ред В.О. Тимофєєва, І.В. Чумаченко. Харків: ФОП Панов А.М., 2018. 314 с.
2. Барсов В. І., Краснобаєв В. А., Барсова З. В. Математичні методи та технічні засоби АСУ : підруч. для студентів вищ. навч. закл. Укр. інж.-пед. акад. Харків: Точка, 2012. 302 с.
3. Fang, Y., Lu, Y., Yu, X., Roskilly, A.B. Experimental study of a pneumatic engine with heat supply to improve the overall performance. *Applied Thermal Engineering*. 2018. V. 134. P.78-85. Doi: 10.1016/i.applthermaleng.2018.01.113.
4. Saidur R., Rahim N. A., Hasanuzzaman M. A review on compressed-air energy use and energy savings. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2010. № 14. P. 1135–1153.
5. Chong L., Dewen K., Maolin C. Research on Energy-Saving Operation of Screw Air Compressor. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*. 2013. № 6 (2). P.325–333.
6. Mousavi S., Kara S., Kornfeld B. Energy Efficiency of Compressed Air Systems. *21st CIRP Conference on Life Cycle Engineering. Procedia CIRP*. 2014. № 15. P.313–318.
7. Прокопов М. Г., Ванєєв С. М., Козін В. М., Мерзляков Ю. С. Конструкції елементів пневмоагрегатів: навч. посіб. Сумський державний університет. Суми: 2020. 146 с.
8. Zinko R., Kramskyi O., Mokriak B., & Polyakov A. Research on the operational characteristics of a pneumatic automotive engine. *Journal of Mechanical Engineering and Transport*. 2024. V. 10(2). P.48-53. Doi: 10.63341/vjmet/2.2024.48.
9. Leontiev D., Voronkov O., Korohodskyi V., Hlushkova D., Nikitchenko I., Teslenko E., Lykhodii O. Mathematical Modelling of Operating Processes in the Pneumatic Engine of the Car. *SAE Technical Paper 2020-01-2222*, 2020. ISSN: 0148-7191. DOI: 10.4271/2020-01-2222
10. Касьян А. В., Галецький О. С. Розробка математичної моделі пневматичного позиційного приводу. *Вісник ХНТУ*. 2025. № 1(92). С. 79–88. Doi: 10.35546/kntu2078-4481.2025.1.1.10
11. Петриченко С. В., Паляничка Н. О., Тарасенко В. Г. Монтажні інструменти і пристосування: навч. посіб. ТДАТУ, 2021. URL: https://elib.tsatu.edu.ua/dep/mtf/ophv_35/page25.html.

References:

1. Timofeyev, V. O., Chumachenko, I. V. (2018). Matematychni modeli ta novitni tekhnolohiyi upravlinnya ekonomichnymy ta tekhnichnymy systemamy: monohrafiya [Mathematical models and new technologies for managing economic and technical systems: monograph]. Kharkiv: FOP Panov A.M. 314 s.
2. Barsov, V. I., Krasnobayev, V. A., Barsova, Z. V. (2012). Matematychni metody ta tekhnichni zasoby ASU [Mathematical methods and technical means of ACS]: pidruch. dlya studentiv vyshch. navch. zakl. Ukr. inzh.-ped. akad. Kharkiv: Tochka. 302 s.
3. Fang, Y., Lu, Y., Yu, X., Roskilly, A.B. (2018). Experimental study of a pneumatic engine with heat supply to improve the overall performance. *Applied Thermal Engineering*. V. 134. P.78-85. Doi: 10.1016/i.applthermaleng.2018.01.113.
4. Saidur, R., Rahim, N. A., Hasanuzzaman, M. (2010). A review on compressed-air energy use and energy savings. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. № 14. P.1135–1153.
5. Chong, L., Dewen, K., Maolin, C. (2013). Research on Energy-Saving Operation of Screw Air Compressor. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*. № 6 (2). P.325–333.
6. Mousavi, S., Kara, S., Kornfeld, B. (2014). Energy Efficiency of Compressed Air Systems. *21st CIRP Conference on Life Cycle Engineering. Procedia CIRP*. № 15. 313–318.
7. Prokopov, M. H., Vanyeyev, S. M., Kozin, V. M., Merzlyakov, YU. S. (2020). Konstruktsiyi elementiv pnevmoahtativ: navch. Posib [Design of pneumatic unit elements]. Sums'kyi derzhavnyi universytet. Sumy: – 146 s.
8. Zinko, R., Kramskyi, O., Mokriak, B., & Polyakov, A. (2024). Research on the operational characteristics of a pneumatic automotive engine. *Journal of Mechanical Engineering and Transport*. V. 10(2). P.48–53. Doi: 10.63341/vjmet/2.2024.48.

9. Leontiev, D., Voronkov, O., Korohodskyi, V., Hlushkova, D., Nikitchenko, I., Teslenko, E., Lykhodii, O. (2020). Mathematical Modelling of Operating Processes in the Pneumatic Engine of the Car. *SAE Technical Paper 2020-01-2222*. ISSN: 0148-7191. Doi:10.4271/2020-01-2222.

10. Kas'yan, A. V., Halets'kyi, O. S. (2025). Rozrobka matematychnoyi modeli pne-vmatychnoho pozytsiynoho pryvodu [Development of a mathematical model of a pneumatic position drive]. *Visnyk KHNTU*. № 1(92). S.79–88. Doi: 10.35546/kntu2078-4481.2025.1.1.10

11. Petrychenko, S. V., Palyanychka, N. O., Tarasenko, V. H. (2021). Montazhni instrumenty i prystosuvannya: navch. Posib [Assembly tools and fixtures]. TDATU. Retrieved from: https://elib.tsatu.edu.ua/dep/mtf/ophv_35/page25.html.

Дата надходження статті: 23.10.2025

Дата прийняття статті: 17.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025