

# ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВА ТЕХНІКА

УДК 623.546

DOI <https://doi.org/10.32782/2521-6643-2024-1-67.14>

**Бондаренко С. В.**, кандидат технічних наук, доцент,  
докторант штатний науково-організаційного відділу  
Національної академії сухопутних військ  
ORCID: 0000-0002-9084-6362

**Косовцов Ю. М.**, кандидат фізико-математичних наук,  
провідний науковий співробітник наукового центру  
Сухопутних військ  
Національної академії сухопутних військ  
ORCID: 0000-0001-8047-1424

**Грабчак З. М.**, доктор філософії,  
науковий співробітник науково-дослідної лабораторії  
(розвитку польової та навчально-тренувальної бази ВНЗ  
Сухопутних військ) факультету бойового застосування військ  
Національної академії сухопутних військ  
ORCID: 0000-0002-1259-6871

## ОЦІНКА ВПЛИВУ АЕРОДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ СИЛИ ЛОБОВОГО ОПОРУ СНАРЯДА НА ДАЛЬНІСТЬ ЙОГО ПОЛЬОТУ

Важливою складовою вектора аеродинамічної сили, що діє на снаряд, є сила лобового опору, яка має напрямок протилежний напрямку швидкості руху снаряда та суттєво впливає на динаміку його польоту. Практичним додатком теоретичних положень дослідження сили лобового опору, є використання їх для розрахунку траєкторій польоту снарядів і складання Таблиць стрільби артилерійських систем, відтак за міру точності її визначення, прийнята точність розрахунку табличної дальності. Аналіз вимог до точності розрахунку табличної дальності артилерійських систем свідчить, що величина середньої похибки на малих дальностях стрільби має значення порядку 0.50 % дальності польоту, на великих дальностях – (0.25-0.30)%. Експериментальне дослідження сили лобового опору зводиться до дослідження її аеродинамічних коефіцієнтів при різних значеннях чисел Маха. Крім того, важливо оцінити вплив на дальність польоту снаряда як лінійної, так і нелінійної складової аеродинамічного коефіцієнту сили лобового опору. Для оцінки впливу аеродинамічних коефіцієнтів на дальність польоту снаряда використаний метод різниць, який полягає в розв'язанні системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда так, щоб змінюючи значення кожної зі складових аеродинамічних коефіцієнтів, отримувати зміну величини дальності польоту. Проведене чисельне моделювання залежностей похибки дальності польоту 155-мм ОФ снарядів – Assegai M2000 та ERFB/BB від зміни величини їх аеродинамічних коефіцієнтів на 1%. Показано, найбільшу похибку в дальності польоту снаряда вносить лінійний коефіцієнт сили лобового опору при стрільбі на максимальному заряді – 0.9% дальності стрільби, відповідно найменші, на мінімальному заряді – 0.13%. Крім того, результати моделювання засвідчили, що вплив квадратичного коефіцієнту сили лобового опору має на 1-2 порядки менші значення в порівнянні з лінійним.

Ключові слова: артилерійський снаряд, сила лобового опору, аеродинамічний коефіцієнт, дальність стрільби, відносна похибка, метод різниць.

**Bondarenko S. V., Kosovtsov Yu. M., Hrabchak Z. M. Evaluation of the influence of the aerodynamic coefficients of the frontal resistance force of the projectile on its flight distance**

An urgent and important issue in the creation and development of promising anti-artillery systems and ammunition for them is the introduction of automated control systems with the wide use of ballistic computers, which include new approaches to ballistic and meteorological data preparation for firing, the mathematical basis of which are ballistic integrating algorithms for calculating installations for firing based on solving the inverse problem of external ballistics. An important component of the aerodynamic force vector acting on the projectile is the drag force, which has a direction opposite to the direction of the projectile's velocity and significantly affects the dynamics of its flight. The practical application of the theoretical provisions of the research

of frontal resistance is their use for calculating projectiles flight trajectories and compiling the firing tables of artillery systems, therefore, the accuracy of the tabular range calculation is taken as a measure of the accuracy of its determination. The analysis of requirements for the accuracy of calculation of the tabular range of artillery systems shows that the value of the median error at short firing ranges has a value of the order 0.50 % of the flight range, at long ranges – (0.25 ÷ 0.30)%. The experimental study of the drag force is reduced to the study of its aerodynamic coefficients at different values of Mach numbers. In addition, it is important to evaluate the influence of both the linear and non-linear components of the aerodynamic drag force coefficient on the range of the projectile. To evaluate the influence of aerodynamic coefficients on the flight range of the projectile, the difference method was used, which consists in solving the system of differential equations of spatial motion of a projectile so that, by changing the value of each of the component aerodynamic coefficients, a change in the value of the flight range is obtained. Numerical modeling of the dependence of the flight range error of 155-mm HE projectiles – Assegai M2000 and ERFB/BB on a change in the value of their aerodynamic coefficients by 1%. It is shown that the largest error in the flight range of the projectile is introduced by the linear coefficient of the force of frontal resistance when firing at the maximum charge – 0.9% of the firing range, respectively, the smallest, at the minimum charge – 0.13%. In addition, the simulation results showed that the influence of the quadratic coefficient of the frontal drag force has 1-2 orders of magnitude smaller values compared to the linear one.

**Key words:** artillery projectile, drag force, aerodynamic coefficient, firing range, relative error, difference method.

**Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури.** Основною аеродинамічною характеристикою, яка визначає рух снаряда в просторі є сила опору повітря. В загальному випадку вектор сили опору повітря має дотичну та нормальну складові, тобто складові за напрямом дотичної та нормалі до траєкторії в площині, яка проходить через дотичну до траєкторії та віссю снаряда, та мають назву – сила лобового опору DF (Drag Force) та підймальна сила LF (Lift Force) снаряда [1-2]. Тут і далі по тексту статті приймемо – позначення аеродинамічних сил, їх аналітичні вирази, відповідно до STANAG 4355 (Edition 3) [3], а також для позначки векторів будемо використовувати напівжирні букви, відповідно для скалярів – стандартні букви.

Однією з найбільш вагомих складових сили опору повітря є сила лобового опору снаряда. Відмітимо, що сила лобового опору зумовлена рядом складних фізичних явищ та визначається його формою і орієнтацією, характером обтікання, типом прикордонного шару і його взаємодією з ударними хвилями, інтенсивністю і формою хвиль, швидкістю і висотою його польоту, кутом нутації та складається з трьох різних за своєю природою складових – донного опору, опору тертя та хвильового опору [1, 4]. Пропорції між цими складовими мають тенденцію змінюватися на різних швидкостях польоту снаряда (табл. 1).

Таблиця 1

**Співвідношення між складовими аеродинамічного опору повітря**

Швидкість снаряда	Аеродинамічний опір		
	тертя, %	донний, %	хвильовий, %
$V < a^*$	20-30	70-80	–
$V > a^*$	10-15	35-40	50

Примітка:  $a^*$  – швидкість звуку в повітрі.

Так при дозвукових швидкостях сила донного опору може досягати до (70-80)%, сила тертя – (20-30)%, а хвильовий опір – близько нуля. На надзвукових швидкостях співвідношення між ними змінюються кардинально.

Важливішим практичним додатком теоретичних положень визначення сили лобового опору повітря, є використання їх для розрахунку траєкторій польоту снарядів і складання Таблиць стрільби, істотно за міру точності їх визначення, прийняти точність визначення табличної дальності, тобто похибка визначення сили лобового опору повітря не повинна перевищувати похибку визначення табличної дальності [5, 6]. На сьогодні експериментальне дослідження сили лобового опору снаряда зводиться до дослідження її аеродинамічного коефіцієнту при різних співвідношеннях чисел  $M$  та кута нутації  $\alpha_e$  [1-2, 4]. Важливо відмітити, що при дослідженнях аеродинамічний коефіцієнт сили лобового опору розкладають в ряд Тейлора за кутом нутації і утримують лише лінійний член розкладу, що дозволяє суттєво спростити математичні моделі польоту снаряда. Водночас, це призводить до значного погіршення точності подання сили лобового опору та не гарантує забезпечення потрібної точності розрахунку траєкторій польоту снаряда [1, 7, 8].

Проведений аналіз оцінки точності визначення сумарної середньої похибки визначення табличної дальності за значеннями Таблиць стрільби та за результатами експериментальних даних стрільб з 122-мм снаряда ОФ-462 гаубиці Д-30 та 152-мм снаряда ОФ-540Ж, самохідної гаубиці 2С3М показав що, величина сумарної середньої похибки на малих дальностях стрільби має значення порядку 0.5% дальності польоту, на великих дальностях потрібна точність збільшується на (40-50)% [5]. В цьому напрямку актуальним та важливим дослідженням є оцінка впливу величини аеродинамічного коефіцієнту сили лобового опору снаряда, як лінійної, так і нелінійної його складової, на дальність польоту снаряда, що в свою чергу надасть змогу висунути вимоги до потрібної точності їх розрахунку.

Таким чином, **метою статті** є оцінка впливу складових аеродинамічного коефіцієнту сили лобового опору снаряда на дальність стрільби артилерійських систем.

**Виклад основного матеріалу.** Загальний вираз для сили лобового опору  $DF$  у векторній формі, має вид [1, 3]:

$$DF = -\frac{1}{8} \pi \rho d^2 C_D \mathbf{v} \mathbf{v}, \quad (1)$$

де  $\rho$  – густина повітря;  $d$  – діаметр (калібр) снаряда;  $\mathbf{v}$  – вектор швидкості польоту снаряда;  $C_D$  – аеродинамічний коефіцієнт сили лобового опору.

Вектор швидкості снаряда відносно повітря  $\mathbf{v}$ , визначається компонентами (проекції на вісі прямокутної системи координат) (рис. 1):

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, v_3]; \quad v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}. \quad (2)$$

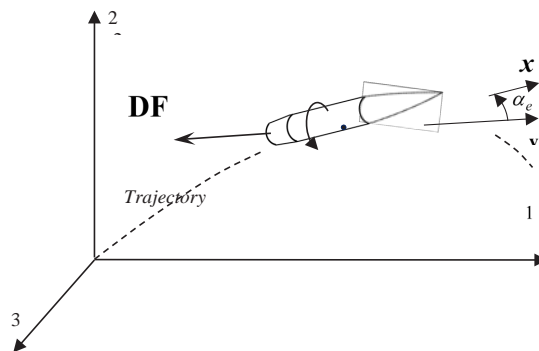


Рис. 1. Дія сили лобового опору

Джерело: розроблено авторами

Запишемо значення аеродинамічного коефіцієнту  $C_D$  та прийнемо, що кут  $\alpha_e$  малий. Для цього, розкладемо  $C_D$  в ряд Тейлора за степенями кута  $\alpha_e$  навколо значення  $\alpha_e \approx 0$ . Оскільки  $DF$  є функція парна, тобто при зміні кута  $\alpha_e$  не змінюється, то  $C_D$  буде розкладатися за парними степенями кута  $\alpha_e$  [8]:

$$C_D = (C_D)_{\alpha_e \approx 0} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 C_D}{\partial \alpha_e^2} \right)_{\alpha_e \approx 0} \cdot \alpha_e^2 + \dots \quad (3)$$

Відповідно до (3), враховуючи перші дві складові його суми, надамо аеродинамічний коефіцієнт сили лобового опору у вигляді

$$C_D = C_{D0} + C_{D_{\alpha^2}} \alpha_e^2, \quad (4)$$

де  $C_{D0}$  – лінійний коефіцієнт сили лобового опору;  $C_{D_{\alpha^2}}$  – квадратичний коефіцієнт сили лобового опору.

Для оцінки впливу похибок визначення складових аеродинамічного коефіцієнту (4) на дальність польоту снаряда використаємо метод різниць, який полягає в розв'язанні системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда так, щоб змінюючи значення кожної зі складових аеродинамічних коефіцієнтів снаряда, отримувати зміну величини дальності його польоту [2, 9]. Таким чином, можна отримати залежність похибки дальності від зміни величини аеродинамічних коефіцієнтів снаряда.

Прийнемо, що дійсним (збуреним) умовам стрільби відповідають величини

$$C_{D0}, C_{D_{\alpha^2}}, a_1, a_2, \dots, a_i, \quad (5)$$

розрахунковим (незбуреним) умовам – величини

$$C_{D0N}, C_{D_{\alpha^2N}}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{iN}, \quad (6)$$

де  $a_i$  – параметри, які характеризують балістичні, метеорологічні та геофізичні умови стрільби.

Повна горизонтальна дальність дійсної траєкторії розглядається як функція величин (5), а повна горизонтальна дальність розрахункової траєкторії – функція величин (6).

Послідовність оцінки впливу складових аеродинамічного коефіцієнту сили лобового опору снаряда на дальність його польоту наступна:

а) система диференціальних рівнянь, яка описує просторовий рух снаряда при умовах стрільби, де змінюється значення одного з аеродинамічних коефіцієнтів, решта залишається незмінними, інтегрується чисельним методом, в процесі рішення якої визначається повна горизонтальна дальність

$$D = D(C_{D0}, C_{D_{a^2}}, a_1, a_2, \dots, a_i); \quad (7)$$

б) інтегруються рівняння, які характеризують рух снаряда за розрахунковими (незбуреними) умовами та визначається повна горизонтальна дальність

$$D_N = D(C_{D0N}, C_{D_{a^2N}}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{iN}); \quad (8)$$

в) розузгодження (похибка) в значеннях повної горизонтальної дальності отримують як

$$\delta D = D(C_{D0}, C_{D_{a^2}}, a_1, a_2, \dots, a_i) - D_N(C_{D0N}, C_{D_{a^2N}}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{iN}). \quad (9)$$

Для подальших розрахунків використана математична модель просторового руху 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000, одного з сімейства перспективних артилерійських снарядів південноафриканської фірми Denel Naschem – Assegai (Спис) M200X Series 155-mm Projectiles. Основні інерційно-вагові характеристики 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 наведені в табл. 2.

Таблиця 2

**Інерційно-вагові характеристики 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000**

Діаметр (калібр), $d$	0.155 м
Маса, $m$	43.7 кг
Відстань від ГЧ снаряда до центру сили тяжіння, $x_{CG}$	0.563 м
Полярний момент інерції, $I_x$	0.1444 кг м <sup>2</sup>
Екваторіальний момент інерції, $I_y$	1.7323 кг м <sup>2</sup>

Джерело: [9]

Математична модель просторового руху доповнена аеродинамічними коефіцієнтами сил (моментів) 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 та реалізована програмно на основі стандартної підпрограми чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, написаною в програмному середовищі Maple [9-10].

Адекватність моделі підтверджується рішенням прямої балістичної задачі для 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 при заданих табличних початкових умовах та порівняння основних параметрів польоту, що розраховані за математичною моделлю та параметрів польоту цього снаряда, що розраховані Ballistic Research Laboratories (Балістичної дослідної лабораторії США) та прийняті за еталонні.

Основними початковими умовами моделювання процесу польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 прийнято:

$$\theta_0 = 0; \phi_0 = 1000 \text{ mil} = 0.982 \text{ рад}; g_1 = 0; g_2 = -9.80665 \text{ м / с}^2; g_3 = 0, \quad (10)$$

де  $\theta_0$ ,  $\phi_0$  – кути відхилення повздовжньої вісі ствола гармати відповідно в горизонтальній та вертикальній площинах;  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$  – складові прискорення сили тяжіння.

Для більш детальної оцінки впливу складових аеродинамічного коефіцієнту  $C_D$  на дальність польоту снаряда, чисельний експеримент проведений для широкого спектру його швидкостей, від мінімальної до максимальної:

$$v_0 \in \{308; 465; 545; 673; 811; 944\} \text{ м / с}. \quad (11)$$

На рис. 2 представлені результати чисельного моделювання математичної моделі польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 у вигляді сімейства залежностей відносної похибки в дальності його польоту від початкової швидкості (при постійному куті кидання), за умови зміни аеродинамічного коефіцієнту на 1%. Найбільшу похибку в дальності польоту снаряда вносить лінійний коефіцієнт лобового опору  $C_{D0}$  (рис. 2 а). В свою чергу, найбільші похибки в дальності польоту снаряда, спостерігаються при стрільбі на максимальному заряді (швидкість польоту снаряда 944 м/с), відповідно найменші – на мінімальному заряді (швидкість польоту снаряда 308 м/с). Так, на максимальному заряді зміна аеродинамічного коефіцієнта сили лобового опору  $C_{D0}$  призводить до похибки в дальності польоту снаряда, яка досягає 0.9%D, відповідно на мінімальному заряді – 0.13%D.

Вплив квадратичного коефіцієнту лобового опору проявляється значно в меншій формі, найбільше значення похибки, яку він вносить в дальність польоту снаряда, спостерігаються на максимальному заряді – 0.12%D (рис. 2 б). При зменшенні швидкості польоту снаряда похибки в дальності зменшуються, так на швидкості 811 м/с, похибка складає 0.016%D, на швидкості 465 м/с – 0.006%D.

Результати проведеного імітаційного моделювання стрільби 155-мм ОФ снаряда ERFB/BB (Extended Range Full Bore) з початковими умовами (10, 11), також підтверджують вищезазначені висновки (рис. 3). З наведених графіків видно, максимальні значення похибки в дальності відбуваються на максимальному заряді, зі зменшенням швидкості польоту снаряда похибка суттєво зменшується.

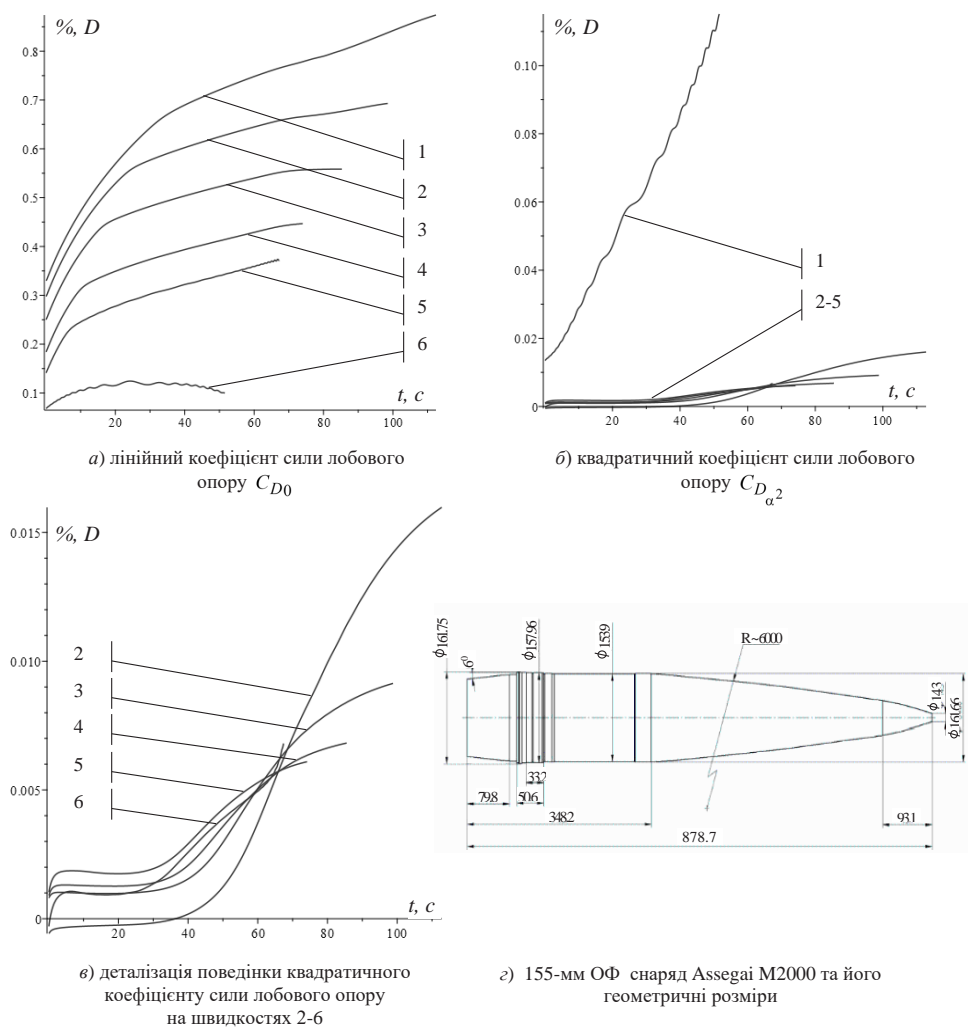


Рис. 2. Відносна похибка в дальності польоту снаряда від зміни величини аеродинамічних коефіцієнтів  $C_{D0}$ ,  $C_{D_{\alpha^2}}$  155-мм ОФ снаряда Assegai M2000  
 1 – 944 м/с; 2 – 811 м/с; 3 – 673 м/с; 4 – 545 м/с; 5 – 465 м/с; 6 – 308 м/с

Джерело: (а-в) розроблено авторами, (г) [9]

Величина похибки в дальності 155-мм ОФ снаряда ERFB/BB декілька менша за похибку в дальності 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000, що обумовлено покращеною аеродинамічною компоновкою снаряда ERFB/BB. Так, звичайні 155-мм снаряди мають балістичний коефіцієнт (0.47-0.52), для снарядів серії ERFB це значення значно нижче та знаходиться в межах (0.28-0.38).

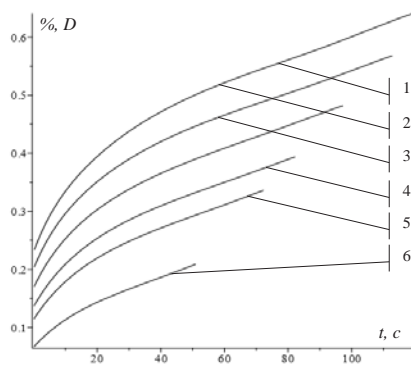


Рис. 3. Відносна похибка в дальності польоту снаряда від зміни величини аеродинамічних коефіцієнтів  $C_{D0}$  155-мм ОФ снаряда ERFB/BB

Джерело: розроблено авторами



---

**Висновки.** На сьогоднішній час при розрахунках траєкторій польоту снарядів актуальним питанням є визначення та представлення сили лобового опору в системі диференціальних рівнянь просторового руху снарядів.

У статті представлені результати чисельного моделювання залежностей відносної похибки дальності польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 та 155-мм ОФ снаряда ERFB/BB від зміни величини їх аеродинамічних коефіцієнтів сили лобового опору.

Показано, найбільші похибки в дальності польоту снаряда вносить лінійний коефіцієнт лобового опору  $C_{D0}$ , при стрільбі на максимальному заряді –  $(0.33-0.87)\%D$ , відповідно найменші  $(0.02-0.13)\%D$  – на мінімальному заряді. Крім того, результати моделювання засвідчили, що вплив квадратичного коефіцієнту сили лобового опору має на 1-2 порядки менші значення в порівнянні з лінійним.

Подальшим напрямком досліджень є розробка методики оцінки потрібної точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів сили лобового опору за різних умов стрільби артилерійських систем.

#### Список використаних джерел:

1. McCoy R. L. *Modern Exterior Ballistics*. Atglen, PA. : Schiffer Military History, 2012. 328 p.
2. Carlucci D. E., Jacobson S. S. *Ballistics, theory and design of guns and ammunition* : book. London, New York : Taylor & Francis Group, 2007. 514 p.
3. STANAG 4355 (Edition 3), *The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models*: NSA10454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).
4. Грабчак В.І., Бондаренко С.В. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів. *Військ.-техн. зб. Львів* : АСВ. 2013. Вип. 2(9). С. 13-19. DOI:<https://doi.org/10.33577/2312-4458.9.2013.13-19>.
5. Грабчак В.І., Бондаренко С.В. Оцінка точності визначення середньої похибки розрахунку опорної дальності артилерійських стрільб. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. Наук. журнал. К. : НУОУ. 2015. №1 (22). С. 50-54. DOI:[https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-1\(22\)-50-54.9.2013.13-19](https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-1(22)-50-54.9.2013.13-19).
6. Yu. N. Kosovtsov, V. I. Hrabchak. *The Inverse Problem of External Ballistics for Identification of Aerodynamic Coefficients of a Spin-stabilized Projectile Within the Modified Point-Mass Trajectory Model*. Наук.-техн. журнал. Київ : ЦНДІ ОВТ ЗСУ. 2021. № 1 (29). С. 28-35. DOI:[https://doi.org/1034169/2414-0651.2021.1\(29\).28-35](https://doi.org/1034169/2414-0651.2021.1(29).28-35).
7. Майданюк В.А., Бондаренко С.В., Грабчак В.І. Аналітичні функції нелінійних параметрів польоту снаряда. *Зб. наук. праць. Одеса* : ВА (Одеса). 2023. Вип. 1 (19) 2023. С. 5-16. DOI:<https://doi.org/10.37129/2313-750.2023.19.5-16>.
8. Дубовик В. П., Юрик І. І. *Вища математика*. К. : А.С.К., 2006. 648 с.
9. Baranowski L. *Modeling, Identification and Numerical Study of the Flight Dynamics of Ballistic Objects for the Need of Field Artillery Fire Control Systems*. Military University of Technology, Warsaw, 2011. p. 258.
10. Kincaid D. *Numerical analysis*. Brooks : Cole Publishing Company. 1991. 690 p.

#### References:

1. McCoy R. L. (2012) *Modern Exterior Ballistics*. Atglen, PA. : Schiffer Military History, 328 p.
2. Carlucci D. E., Jacobson S. S. (2007) *Ballistics, theory and design of guns and ammunition* : book. London, New York : Taylor & Francis Group, 514 p.
3. STANAG 4355 (Edition 3), (2009). *The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models*: NSA10454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).
4. Hrabchak V.I., Bondarenko S.V. (2013) Analysis of existing and promising methods of determining the force of air resistance of projectiles. *Vijsk.-tekhn. zb. Lviv : ASV. Vyp. 2(9). S. 13-19*.
5. Hrabchak V.I., Bondarenko S.V. (2014) Assessment of the accuracy of determining the median error of calculating the reference range of artillery fire. *Suchasni informatsiini tekhnolohii u sferi bezpeky ta oborony. (pp. 50-54). Kyiv*
6. Kosovtsov Yu. N., Hrabchak V. I. (2021) The Inverse Problem of External Ballistics for Identification of Aerodynamic Coefficients of a Spin-stabilized Projectile Within the Modified Point-Mass Trajectory Model. *Nauk.-tekhn. zhurnal. Kyiv : TsNDI OVT ZSU.. № 1 (29). S. 28-35*.
7. Maidaniuk V.A., Hrabchak V.I., Bondarenko S.V. Analytical functions of nonlinear projectile flight parameters. *Zb. nauk. prats. Odesa : VA (Odesa). 2023. Vyp. 1 (19) 2023. S. 5-16*.
8. Dubovik V. P., Yuryk I. I. (2006) Higher mathematics. *Kyiv: A.S.K., 648 s*.
9. Baranowski L. (2011) Modeling, Identification and Numerical Study of the Flight Dynamics of Ballistic Objects for the Need of Field Artillery Fire Control Systems. *Military University of Technology, Warsaw, p. 258*.
10. Kincaid D. (1991) Numerical analysis. Brooks: *Cole Publishing Company. 690 p*.